

Análisis cinemático de velocidad y aceleración de un mecanismo plano verificado con software dedicado

Gerardo-BRIANZA GORDILLO., Miguel Ángel - ZAMARRIPA MUÑOZ., Pedro Agustín-OJEDA ESCOTO.

^a Universidad Tecnológica de Aguascalientes, gerardo.brianza@utags.edu.mx, Aguascalientes, Aguascalientes, México.

^b Universidad Tecnológica de Aguascalientes, miguel.zamarripa@utags.edu.mx, Aguascalientes, Aguascalientes, México.

^c Universidad Tecnológica de Aguascalientes, pedro.ojeda@utags.edu.mx, Aguascalientes, Aguascalientes, México.

Resumen

Resulta interesante considerar que, aunque pudiera parecer qué los mecanismos están ya inventados hay ámbitos como la Robótica, la Aeronáutica, la Automoción o las tecnologías de fabricación en los que el diseño mecánico es crucial. El diseño de máquinas también se ha revolucionado por el uso de nuevos materiales como son plásticos, materiales compuestos, aleaciones metálicas incluso materiales cerámicos. La realidad virtual y el software de simulación aún deben avanzar mucho para el diseño de mecanismos espaciales, aunque para el estudio que se presenta en este trabajo resulta de utilidad el poder comprobar que los resultados que se realizan matemáticamente por los métodos tradicionales de la cinemática de máquinas tradicional y de los cálculos, la interpretación e incluso el cálculo con respecto a las cifras que resulten ser significativas para el criterio de solución y toma de decisiones. Con el software SolidWorks pueden ser interpretados con fehaciencia debido a la comparación de resultados presentados en este trabajo, con esta ventaja, el diseñador podrá tener mayor entendimiento del funcionamiento de un mecanismo dado, obteniendo sus características a través del análisis, así como la síntesis estructural, dimensional, y comprobación de sus trayectorias, la concepción del mecanismo, verificando sus requisitos de funcionamiento dentro de un complejo sistema o por sí mismo.

Palabras clave—Análisis, Calculo, Estudio de Movimiento, Interpretación.

Abstract

It is interesting to consider that, although it may seem that the mechanisms are already invented but, there are areas such as Robotics, Aeronautics, Automotive or manufacturing technologies in which mechanical design is crucial. The design of machines also has been revolutionized by the use of new materials such as plastics, composite materials, metal alloys and even ceramic materials. Virtual reality and simulation software still have to advance a lot for the design of space mechanisms, although for the study presented in this work it is useful to be able to verify that the results that are carried out mathematically by the traditional methods of traditional machine kinematics and calculations, the interpretation with respect to the mechanism elements can be significant for the solution criterion and decision making.

With SolidWorks software can be reliable interpreted with the verification of results presented in the present work, with this advantage, the designer will be able to understand the operation of a given mechanism obtaining its characteristics through the analysis, as well as the structural, dimensional synthesis, and verification of the elements trajectories, the conception of the mechanism verifying its requirements of its operation within a complex system or by itself.

Keywords— Analysis, Calculation, Interpretation, Motion Study.

1. INTRODUCCIÓN

Un gran número de mecanismos y sistemas mecánicos que tienen utilidad práctica en el campo de la ingeniería pueden analizarse considerando movimiento uniplanar. Para la resolución de problemas relacionados incluso en el campo industrial se debe tener el dominio de algebra vectorial y destreza en el manejo los conceptos básicos de la Cinemática de partícula, así como los principios fundamentales de movimiento de cuerpo rígido donde se mantiene constante la dimensión entre los pares cinemáticos del mecanismo en estudio [1].

En una maquina la sincronización de sus mecanismos es crítica, con el estudio de movimiento, el análisis de velocidad de las trayectorias de interés implica definir qué tan rápido viajan ciertos puntos sobre los eslabones de un mecanismo en función del tiempo, es necesario conocer todas las velocidades en el mecanismo o máquina, tanto para el cálculo de energía cinética almacenada como para determinar las aceleraciones de los eslabones requeridas para el cálculo de las fuerzas dinámicas que resultan ser de importancia en el sistema productivo [2].

Existen muchos enfoques para el análisis cinemático de máquinas y mecanismos, se cuenta con métodos gráficos, algebraicos, vectoriales y matriciales [3]. La técnica grafica para el análisis cinemático presentada en el análisis del mecanismo mostrado se concreta sobre este mecanismo en particular.

En el caso de mecanismos complejos es deseable un método general que permita resolver el análisis cinemático de una forma clara y simple [3].

SolidWorks Simulation es una herramienta disponible para los usuarios de estudio de movimiento, proporciona un conjunto completo de capacidades de análisis estructural para guiar las decisiones de diseño y mejorar el rendimiento y la calidad del producto, ofrece también soluciones habilitadas en la nube [4].

Una visión general sobre el concepto de optimización en el campo de la ingeniería frecuentemente se emplea para una determinada tarea que permita una decisión acertada y fehaciente de los cambios o ajustes efectuados a un sistema mecánico, que permita a su vez no perder de vista la importancia del consumo de potencia del sistema. También se podría optimizar en función de otros parámetros como deformación máxima, alcance máximo, etc. por lo que, en ese caso, se deberían optimizar las dimensiones del

mecanismo modificando grosor, longitud de los eslabones, material de construcción o bien una combinación de todas ellas. Por tanto, la optimización se hace siempre con respecto a una o más variables geométricas.

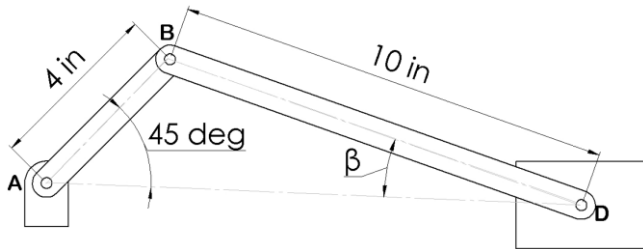
2. CONTENIDO

2.1 Análisis cinemático:

Del mecanismo que se muestra incluye la integración numérica del análisis cinemático o cinético en posiciones sucesivas, el desarrollo del algoritmo que se muestra es para una sola posición se considera la cinemática de cuerpo rígido que ayuda a lograr una mejor comprensión de los principios de la mecánica a la resolución de un problema relevante de posición, velocidad y aceleración en ingeniería.

La figura 1 muestra el mecanismo plano en análisis con sus dimensiones y posición para el cálculo de velocidad y aceleración.

Fig. 1. Mecanismo corredera biela manivela en posición plana de 45°



Fuente: elaboración propia.

2.2 Análisis de movimiento

Para el análisis de velocidad absoluta y relativa (ecuación 1) en el movimiento plano mediante un punto de referencia A, la velocidad absoluta V_B de una partícula B se obtiene de la fórmula de velocidad relativa [5].

$$V_B = V_A + V_{B/A} \quad [1]$$

Donde $V_A + V_{B/A}$ representa la suma vectorial de la velocidad V_A que corresponde a la traslación del elemento con A y la velocidad relativa $V_{B/A}$ se asocia con la rotación del elemento en torno de A y se mide con los ejes centrados en A (5).

La ecuación 2 muestra, la velocidad de un punto P de un cuerpo rígido que gira alrededor de un eje fijo se determina:

$$V = \omega r \quad [2]$$

Donde ω es la velocidad angular del cuerpo y r es el vector de posición desde cualquier punto al punto P, por lo que:

La aceleración que es tangente (ecuación 3) en el movimiento plano resulta de su aceleración angular por el radio de giro

$$a_t = r\alpha \quad [3]$$

En tanto la aceleración normal (ecuación 4) resulta del cuadrado de la velocidad angular por el radio de giro

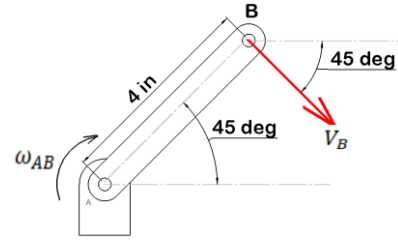
$$a_n = r\omega^2 \quad [4]$$

La velocidad V y la componente a_t de la aceleración de un punto P del elemento son tangentes a la trayectoria circular descrita por P. Las direcciones de V y a_t se encuentran al girar el vector r en el sentido indicado por ω y α . La componente normal a_n de la aceleración de P siempre está dirigida hacia el eje de rotación [5].

2.3 Determinación de las velocidades.

Para el mecanismo en cuestión el movimiento de la biela AB, suponiendo que tiene una velocidad angular $\omega = 1800 \text{ rpm}$ en sentido de las manecillas del reloj entonces para el movimiento de la biela AB.

Fig. 2. Movimiento de la biela AB



Fuente: elaboración propia.

Entonces la velocidad angular de la biela AB propuesta:

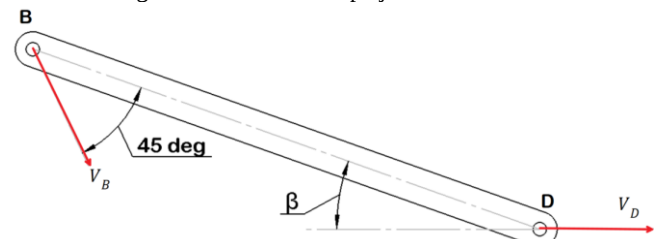
$$\omega_{AB} = \left(1800 \frac{\text{rev}}{\text{min}}\right) \left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}\right) \left(\frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}}\right) = 188.49 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Y de la ecuación 2, la velocidad del punto B:

$$V_B = (AB)(\omega_{AB}) = (4 \text{ in}) \left(188.49 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) = 753.98 \frac{\text{in}}{\text{s}}$$

Para el análisis de movimiento de la biela BD, tomamos en cuenta que se encuentra en movimiento complejo y si lo consideramos girando alrededor de B, entonces:

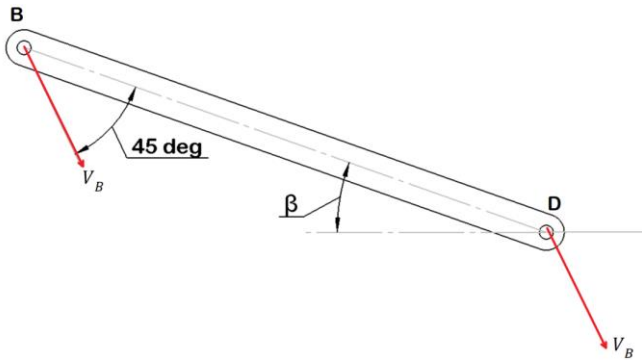
Fig. 3. Movimiento complejo de la biela BD



Fuente: elaboración propia

Sera igual a la suma de:

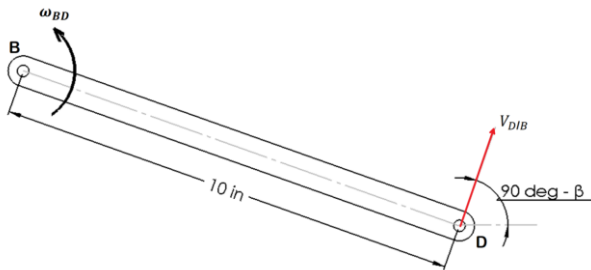
Fig. 4. Movimiento de traslación de la biela BD



Fuente: elaboración propia

Con:

Fig. 5. Movimiento de rotación de la biela BD



Fuente: elaboración propia

Para el cálculo de ángulo β utilizando la ley de los senos:

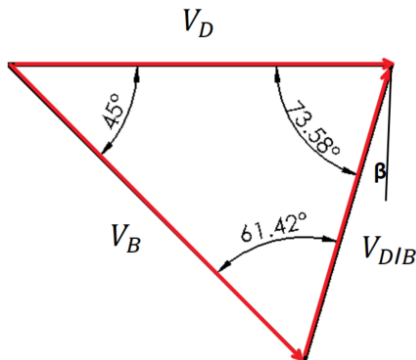
$$\frac{\sin 45^\circ}{10 \text{ in}} = \frac{\sin \beta}{4 \text{ in}}; \quad \beta = 16.42^\circ$$

De acuerdo al movimiento complejo, al expresar las velocidades V_D , V_B y $V_{D/B}$. Tenemos que de la ecuación 1 obtenemos la ecuación 5 para la biela BD:

$$V_D = V_B + V_{D/B} \quad [5]$$

Utilizando el método gráfico para el análisis de velocidades tenemos que:

Fig. 6. Grafico vectorial para la biela BD



Fuente: elaboración propia

Y de acuerdo a la ley de los senos:

$$\frac{V_D}{\sin 61.42^\circ} = \frac{V_B}{\sin 73.58^\circ} = \frac{V_{D/B}}{\sin 45^\circ}$$

También:

$$\frac{V_D}{\sin 61.42^\circ} = \frac{753.98 \frac{\text{in}}{\text{s}}}{\sin 73.58^\circ} = \frac{V_{D/B}}{\sin 45^\circ}$$

Por lo que:

$$V_D = 690.25 \frac{\text{in}}{\text{s}}$$

$$V_{D/B} = 555.81 \frac{\text{in}}{\text{s}}$$

Y de la ecuación 2:

$$\omega_{BD} = \frac{V_{D/B}}{r_{BD}} = 55.58 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

2.4 Determinación de aceleraciones.

La aceleración absoluta a_B de una partícula en un elemento se puede obtener de la fórmula de la aceleración relativa (ecuación 6) [5].

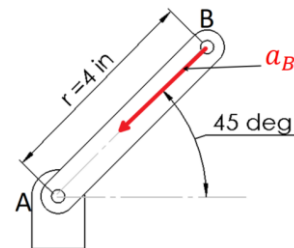
$$a_B = a_A + a_{B/A} \quad [6]$$

El miembro del lado derecho representa la suma vectorial, la aceleración a_A corresponde a la traslación del elemento A, la aceleración relativa $a_{B/A}$ se asocia a la rotación del elemento en torno al par cinemático en A. La aceleración relativa puede descomponerse en dos componentes, tangencial y normal, ecuaciones 3 y 4, de la ecuación 6 tenemos entonces la ecuación 7:

$$a_B = a_A + (a_{B/A})_n + (a_{B/A})_t \quad [7]$$

Para nuestro problema, la manivela gira alrededor de A con $\omega_{BD} = 55.58 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$; $a_{AB} = 0$, por lo tanto a_B está dirigida hacia A como lo muestra la figura 7

Fig. 7. Aceleración en la biela BD



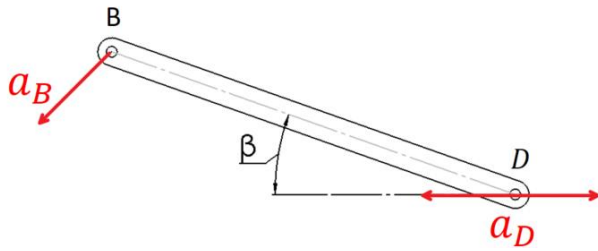
Fuente: elaboración propia

Por lo que de la ecuación 4:

$$a_B = r \omega_{AB}^2 = \left(\frac{4}{12} \text{ ft} \right) \left(188.49 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)^2 = 11842.82 \frac{\text{ft}}{\text{s}^2}$$

La biela BD se encuentra en movimiento complejo, entonces se descompone en la traslación con B y rotación alrededor de B. La aceleración relativa del punto D con respecto de B, $a_{D/B}$ se descompone en componentes tangencial y normal por lo que:

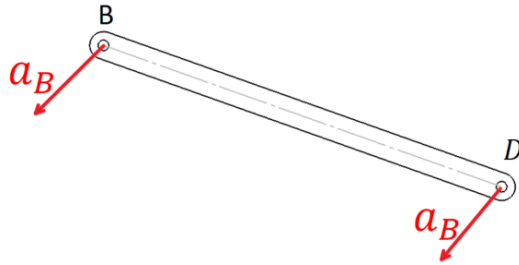
Fig. 8. Movimiento plano de la biela BD



Fuente: elaboración propia

Sera igual a la suma de:

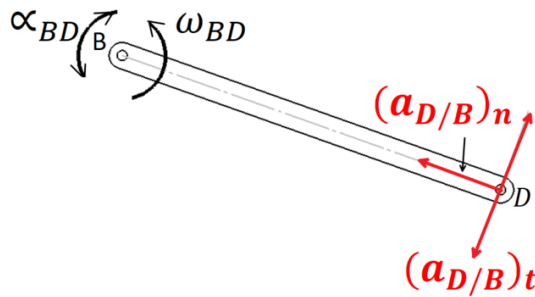
Fig. 9. Movimiento de translación de la biela BD



Fuente: elaboración propia

Con:

Fig. 10. Movimiento de rotación de la biela BD



Fuente: elaboración propia.

Sabemos que $\omega_{BD} = 55.58 \frac{rad}{s}$ y $\beta = 16.42^\circ$ entonces de la ecuación 4 y 3:

$$(a_{B/A})_n = (BD)\omega_{BD}^2 = \left(\frac{10}{12}ft\right)\left(55.58 \frac{rad}{s}\right)^2 = 2574.28 \frac{ft}{s^2}$$

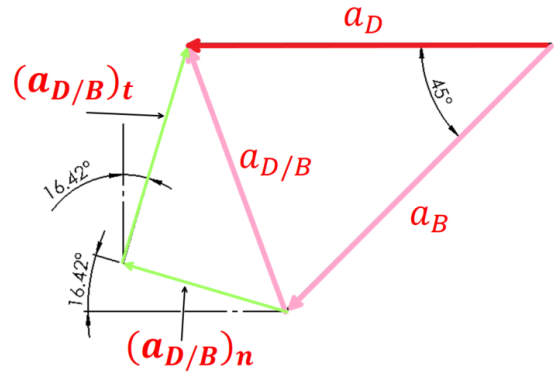
$$(a_{B/A})_t = (BD)\alpha_{BD} = \left(\frac{10}{12}ft\right)\alpha_{BD} = 0.833 \alpha_{BD}$$

Como la aceleración a_D es horizontal de la ecuación 7 tenemos que la ecuación 8 para nuestro estudio:

$$a_D = a_B + (a_{D/B})_n + (a_{D/B})_t \quad [8]$$

Gráficamente:

Fig. 11. Grafico de aceleraciones del elemento BD



Fuente: elaboración propia

De aquí que de la ecuación 8:

$$[\vec{a}_D] = [11842.82 - 45^\circ] + [2574.28 - 16.42^\circ] + [0.833 \alpha_{BD} - 73.58^\circ]$$

Para obtener ecuaciones escalares obtenemos las componentes x y y .

Para la componente x :

$$-a_D = -11842.82 \cos 45^\circ - 2574.28 \cos 16.42^\circ + 0.833 \alpha_{BD} \sin 16.42^\circ$$

Para la componente y :

$$0 = -11842.82 \sin 45^\circ + 2574.28 \sin 16.42^\circ + 0.833 \alpha_{BD} \cos 16.42^\circ$$

Resolviendo ambas ecuaciones de forma simultánea obtenemos que:

$$\alpha_{BD} = 9570.02 \frac{rad}{s^2}$$

$$a_D = 8594.46 \frac{ft}{s^2}$$

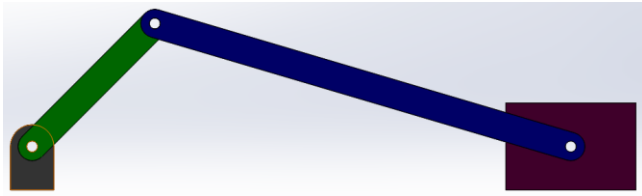
2.5 Simulación en software

El análisis de movimiento de SolidWorks combina elementos de estudio de movimiento con relaciones de posición en cálculos de movimiento. Las restricciones de movimiento, las propiedades de materiales, la masa y los contactos entre componentes se tienen en cuenta en los cálculos realizados por el *solver* cinemático de *SolidWorks Motion* [4].

2.6 Análisis de movimiento cinemático

Después de la generación del modelo en el software de SolidWorks con las medidas precisas del problema analizado y calculado (figura 12). Se procedió a realizar un análisis de movimiento con la posición inicial indicada de 45° y la velocidad angular de 1800 rpm.

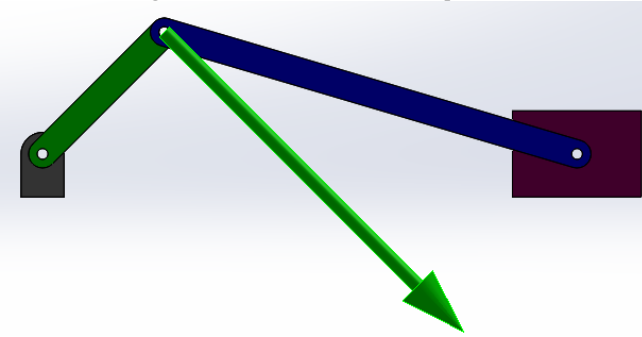
Fig. 12. Modelo inicial al estudio de movimiento



Fuente: elaboración propia

En el estudio de movimiento se muestra en la figura 13 el vector de velocidad en el punto B.

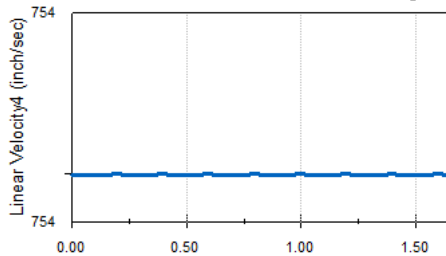
Fig. 13. Vector de velocidad del punto B



Fuente: elaboración propia.

La figura 14 muestra el grafico resultado del cálculo del software de la velocidad en el punto B.

Fig. 14. Resultado de la velocidad lineal en el punto B

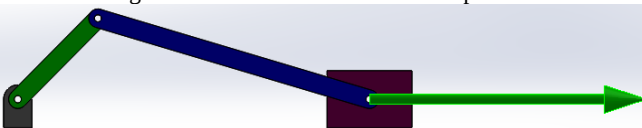


Fuente: elaboración propia

$$V_B = 754 \frac{in}{s}$$

Análogamente para la velocidad del punto D que corresponde también a la velocidad lineal del pistón, la figura 15 muestra el vector de velocidad.

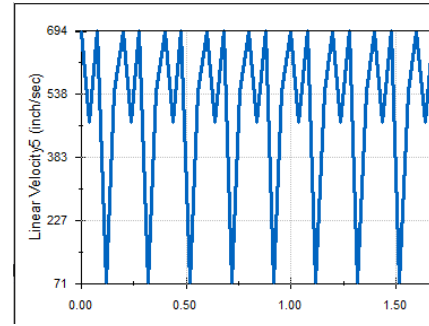
Fig. 15. Vector de la velocidad en el punto D



Fuente: elaboración propia

La figura 16 muestra el grafico resultado del cálculo del software de la velocidad en el punto D.

Fig. 16. Resultado de la velocidad lineal en el punto D

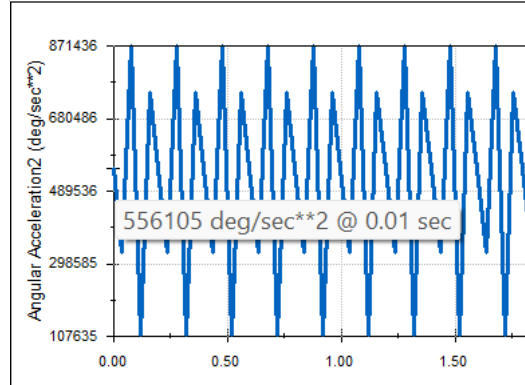


Fuente: elaboración propia.

$$V_D = 690.25 \frac{in}{s} \approx 694 \frac{in}{s}$$

Para la aceleración angular de la biela BD, se muestra el resultado del grafico del estudio de movimiento en la figura 17.

Fig. 17. Resultado de la aceleración angular de la biela BD

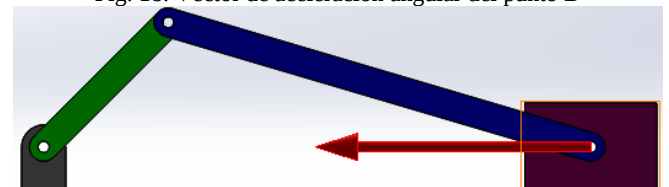


Fuente: elaboración propia.

$$\alpha_{BD} = 556105 \frac{deg}{s^2} \left(\frac{2\pi rad}{360deg} \right) = 9705.86 \frac{rad}{s^2}$$

Finalmente, para la aceleración lineal del punto D que de igual forma corresponde a la aceleración del pistón el software confirma la dirección del vector en el punto de estudio como muestra la figura 18.

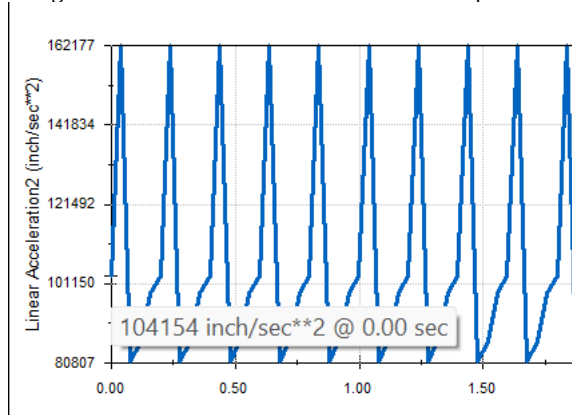
Fig. 18. Vector de aceleración angular del punto D



Fuente: elaboración propia.

Para la aceleración lineal del pistón P, se muestra el resultado del grafico del estudio de movimiento en la figura 19.

Fig. 19. Resultado de la aceleración lineal del punto D



Fuente: elaboración propia.

$$a_D = 104154 \frac{\text{in}}{\text{s}^2} \left(\frac{1 \text{ ft}}{12 \text{ in}} \right) = 8679.5 \frac{\text{ft}}{\text{s}^2}$$

La tabla 1 muestra los valores obtenidos en comparativo del análisis grafico matemático y los resultados que arroja el estudio de movimiento del software dedicado:

Tabla 1. Comparación de resultados obtenidos.

Variable	Calculado método grafico		Calculado por software	
	Valor	Unidades	Valor	Unidades
V_B	753.98	in/s	≈ 754	in/s
V_D	690.25	in/s	≈ 694	in/s
α_{BD}	9570.02	rad/s^2	≈ 9705.86	rad/s^2
a_D	8594.46	ft/s^2	≈ 8679.5	ft/s^2

Fuente: Elaboración propia, a partir de resultados obtenidos.

3. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se logra el cálculo de la velocidad absoluta y velocidad relativa en el movimiento plano de un mecanismo corredera biela manivela con dimensiones establecidas y elemento motriz con designación de velocidad angular de operación, aunque existen diferentes métodos matemáticos a fin de lograr los valores atribuibles a las velocidades se lograron obtener por el método gráfico. Para el caso de la aceleración absoluta y relativa, se logra el cálculo también y la obtención de los valores atribuibles a la posición en la que se encuentra el mecanismo.

Después de realizar el análisis de movimiento en el software dedicado, podemos notar que los valores obtenidos por medio de este procedimiento es el mismo que los obtenidos con el uso de los gráficos y la aplicación de las ecuaciones matemáticas.

Podemos considerar entonces que esto implicaría la validación de la resolución del problema en cuestión con el software de SolidWorks, de esta manera para los diseñadores

que utilizan software dedicado, genera confiabilidad suficiente para el análisis de nuevos mecanismos, modificaciones e incluso el estudio de los existentes que bien pudieran repercutir en significancia con su operación y efectividad.

Para el movimiento complejo es posible obtener todo el grafico que muestra los valores máximos y mínimos de velocidad y aceleración, así como los puntos del ciclo donde son cero o cambian de valor, el sentido de los vectores de posición, así como su magnitud.

3.1 Observaciones generales

Es importante considerar que los resultados de los problemas en números crudos y dependiendo del número de cifras significativas que influyan para la experimentación en el diseño mecánico, así como tomar en cuenta que los resultados obtenidos del estudio de movimiento deberán ser interpretados con relación a el criterio de los diseñadores sobre todo en sistemas automáticos donde la repetibilidad es importante entre otros factores que influyen en la cadena de valor del sistema productivo.

Aunque existen otras herramientas capaces de realizar análisis cinemáticos como son, CATIA, ANSYS, Autodesk Inventor, entre otros, para el diseño mecánico sus ventajas y desventajas de uso con respecto a SolidWorks dependerá de la experiencia, necesidades y niveles de certificación del diseñador.

4. REFERENCIAS

- [1] Alcedo, Cesar Atanacio. "Rotación de un cuerpo rígido". Universidad Nacional de Educación Facultad de Ciencias, Lima, Perú : 2018.
- [2] Orozco, Ernesto Alfonso Ramírez. Análisis de velocidad. Academia Letters, s.l. : 2022.
- [3] Mesa P., Leonardo De J. y Durango I., Sebastián. "Solución analítica de mecanismos usando grupos de assur".. [ed.] Universidad Tecnológica de Pereira. 27, abril de 2005, Scientia Et Technica, Vol. XI, págs. 121- 126.
- [4] Dassault Systemes SolidWorks Corporation. MySolidWorks. [En línea] 29 de enero de 2022. Disponible en: <https://my.solidworks.com/>.
- [5] Ferdinand P. Beer, E. Russell Johnston, Jr., Phillip J. Cornwell. "Mecánica vectorial para ingenieros". Novena edición. México : McGraw-Hill/Interamericana Editores, S.A. de C.V., 2010. págs. 938-963.