

Desempeño de un control por modo deslizante aplicado al módulo didáctico del levitador magnético modelo 33-210.

José Ramon Anaya Álvarez, Carlos Alberto Chávez Guzmán

^aUniversidad Autónoma de Baja California, ramon.anaya@uabc.edu.mx, Tecate, Baja California, México.

^bUniversidad Autónoma de Baja California, cchavez@uabc.edu.mx, Tecate, Baja California, México.

Resumen

Este artículo presenta el diseño y análisis del controlador por modo deslizante aplicado al módulo didáctico de levitación magnética modelo 33-210 de la compañía *Feedback Instruments Ltd*, para resolver el problema de estabilización, en el punto de operación, el sistema está sujeto a incertidumbre del modelo y ruido en los sensores, el objetivo es validar el desempeño del sistema en lazo cerrado en tiempo real mediante la siguiente plataforma: MatLab, una tarjeta de adquisición de datos (PCI1711) y el módulo de levitación.

Palabras clave—Control por modo deslizante, estabilidad, levitación magnética.

Abstract

This article presents the design and analysis of the sliding mode controller applied to the model 33-210 magnetic levitation teaching module of the company Feedback Instruments Ltd to solve the stabilization problem; at the point of operation, the system is subject to uncertainty of the model and noise in the sensors, the objective is to validate the performance of the system in closed loop in real-time using the following platform: MatLab, a data acquisition card (PCI1711) and the levitation module.

Keywords—Magnetic levitator, sliding mode control, stability.

1. INTRODUCCIÓN

Distintas técnicas de control se han empleado para atenuar o rechazar las perturbaciones aplicadas al sistema, entre ellas se cuenta con el control \mathcal{H}_∞ al resolver la desigualdad diferencial parcial de Hamilton-Jacobi-Isaccs, este control se caracteriza por estabilizar asintóticamente el sistema en lazo cerrado y atenuar perturbaciones acopladas y no acopladas con excelentes resultados [1],[2] y [3]. En [4] el control adaptativo puede modificar su comportamiento en respuesta a perturbaciones y cambios en la dinámica del sistema y en [5] y [6] se emplea el controlador *backstepping*, el cual es una técnica iterativa que emplea integradores para estabilizar sistemas dinámicos no lineales partiendo de un sistema conocido, el controlador presenta buen desempeño en presencia de perturbaciones externas. El control por modos deslizantes [7] se ha usado con éxito cuando existen incertidumbres en los parámetros y para el rechazo a disturbios externos acoplados además de concluir estabilidad

en tiempo finito, pero uno de sus inconvenientes es el efecto de *chattering* en la señal de control que son oscilaciones de alta frecuencia y baja amplitud [7] y [8]. En [9] se presenta un regulador por modo deslizante aplicado en levitador magnético, sin analizar los efectos ocasionados por la incertidumbre en el modelo y disturbios externos.

La aportación del artículo es el análisis del desempeño del sistema en lazo cerrado formado por el control por modo deslizante y el levitador magnético en presencia de incertidumbre del modelo y disturbios externos, en tiempo real mediante el módulo experimental del sistema de levitación magnética modelo 33-210 de la compañía *Feedback*.

Los resultados obtenidos de la implementación del control nos dejan ver un buen desempeño para el control por modo deslizante debido a que logra atenuar las perturbaciones como son incertidumbre en el modelo y disturbios externos, reafirmando los resultados estadísticos mediante el análisis del error cuadrático medio con respecto al punto de equilibrio y la desviación estándar.

El artículo está organizado iniciando con la formulación del problema donde se define el modelo dinámico y el objetivo de control, en la sección 3 se desarrolla la síntesis del control por modos deslizantes, en la sección 4 resultados experimentales donde se presenta el rendimiento en lazo cerrado del control por modo deslizante, seguido de un análisis estadístico y por último se presentan las conclusiones y recomendaciones.

2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Sea el sistema no lineal invariante con el tiempo de un levitador magnético [10] definido como:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} x_2 \\ g - \beta \frac{u(t)^2 + w_m}{x_1^2} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

se propone medir todos los estados, los cuales están en presencia de ruido en los sensores

$$y = x + w_y \quad (2)$$

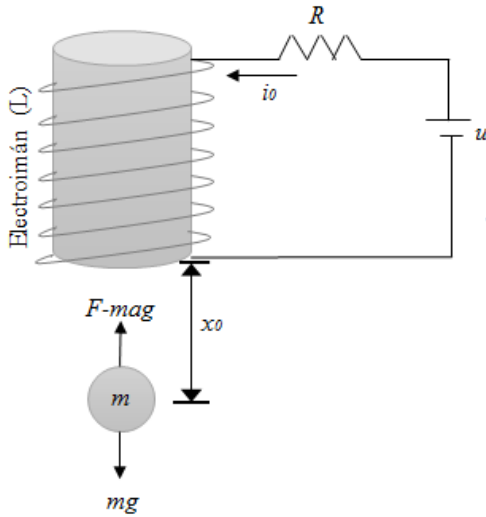
donde $x(t) = [x_1 \ x_2]^T \in \mathbb{R}^2$, es el vector de estados, con $x_1(t)$ es la distancia entre la esfera y el núcleo magnético, $x_2(t)$ es la velocidad con que se mueve la esfera, $u(t) \in \mathbb{R}^1$ es la entrada de control en corriente, $w_m(t) \in \mathbb{R}^1$ representa la incertidumbre del modelo y disturbios externos, $w_y = [w_{y1} \ w_{y2}]^T \in \mathbb{R}^2$ son ruido en los sensores y β es la constante de fuerza magnética definida como:

$$\beta = g \left(\frac{x_1^*}{i_0} \right)^2 = 0.071434 \text{ m}^2/\text{As}^2, \quad (3)$$

se define a $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ como la constante gravitacional, $x_1^* = 0.032 \text{ m}$ es uno de los puntos de equilibrio o de operación del sistema y se mide como la distancia entre la

esfera y el núcleo magnético en el punto de operación e $i_0 = 0.376A$ es la corriente constante necesaria para mantener la esfera en el punto de operación.

Fig. 1. Sistema de levitación magnético.



Fuente: elaboración propia.

Suposición 1. Se asume que la perturbación satisface

$$\|w_m(t)\| \leq W^+ \quad (4)$$

donde W^+ es el valor máximo de la perturbación $w_m(t)$, el cual se conoce a priori.

2.1 OBJETIVO DE CONTROL.

El objetivo de control para el sistema en lazo cerrado se establece de la siguiente forma: para alguna condición inicial $\|x_1(t_0)\| < \delta$ y en presencia de perturbaciones, se deberá satisfacer lo siguiente:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_1(t)\| = 0.0321, \quad (5)$$

donde $\delta = 40 \text{ mm}$ es el diámetro del cilindro de visión instalado en el fototransistor utilizado para detectar la posición y 0.0321 es el punto de operación.

En el análisis de punto de equilibrio, se resuelve sobre un sistema homogéneo y las dinámicas del sistema (1) son canceladas, por lo tanto, se obtiene: $x_2^* = 0$, $g - \beta \frac{i_0^2}{(x_1^*)^2} = 0$, se despejan las variables de estados en el punto de operación del sistema y de acuerdo con [6] el punto de equilibrio del sistema es desplazado al punto de operación $(x_1^*, x_2^*) = (0.0321, 0)$ como se muestra en la Fig. 1, donde $x_1^* = x_0$, por lo tanto, se define la región de operación como:

$$X = \{x(t) \in \mathbb{R}^2: \|x(t)\| \leq \delta\}, \quad (6)$$

región donde se ubica el punto de equilibrio desplazado.

3. DISEÑO DEL CONTROL POR MODO DESLIZANTE (CMD)

El diseño de control por modos deslizantes inicia al proponer la función de deslizamiento para el sistema no lineal [7] de la forma:

$$s(x) = cx_1 + x_2, \quad (7)$$

donde $s(x) \in \mathbb{R}^1$ es la superficie deslizante y $c > 0$ es la velocidad de convergencia a la superficie deslizante, de acuerdo con [7] se define el $s(x) = \{x: s(x) = 0\}$ y su derivada temporal $\dot{s} = 0$.

3.1 ANÁLISIS DEL CONTROL EQUIVALENTE.

En el control equivalente la derivada temporal de (7) se define como: $\dot{s} = cx_2 + g - \beta \frac{u(t)^2 + w_m}{x_1^2}$.

La solución a la ecuación anterior es el control equivalente al realizar el cambio de variable $u \rightarrow u_{eq}$ y hacer que $w_m(t) = 0$, tenemos

$$u(t) = \sqrt{\frac{x_1^2(cx_2 + g + \Gamma \text{sign}(s))}{\beta}}, \quad M > 0, \quad (8)$$

donde Γ es la ganancia del control por modo deslizante y $\text{sign}(s) = \begin{cases} 1, & s > 0 \\ 0, & s = 0 \\ -1, & s < 0 \end{cases}$.

Siendo (8) la señal de control por modo deslizante.

3.2 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD.

Para el análisis de estabilidad empleamos la función candidata de Lyapunov

$$v(s) = \frac{1}{2} s^T s \quad (9)$$

La derivada temporal de la función $v(s)$

$$\dot{v}(s) = s^T \dot{s} = -s[\Gamma \text{sign}(s) - w_m]. \quad (10)$$

Al calcular las cotas máximas y considerando la suposición 1, tenemos

$$\dot{V}(s) \leq -|S|[\Gamma - W^+], \quad (11)$$

la ganancia del controlador se calcula como

$$\Gamma > W^+. \quad (12)$$

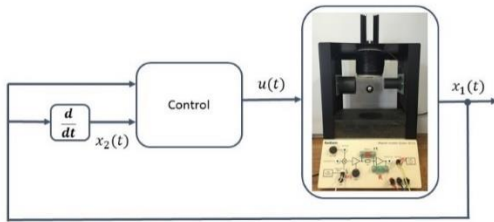
Si la desigualdad anterior se cumple entonces la derivada temporal de $\dot{v}(s)$ será definida negativa y se concluye que las trayectorias del sistema en lazo cerrado alcanzan el modo deslizante $s(x) = 0$.

4. RESULTADOS EXPERIMENTALES.

El experimento se realizó en el módulo didáctico [10] de levitación magnética modelo 33-942S, de la compañía Feedback Instruments Ltd., compuesto por el levitador magnético 33-210, la interfaz de control analógico 33-301, la interfaz de conexión 33-942 y la tarjeta de adquisición de datos PCI 1711 de Advantech, una PC Pentium con MatLab 2006. Es importante aclarar que en la etapa experimental el estado x_1 es medido directamente de la planta, por medio de la tarjeta de adquisición de datos y el estado x_2 se obtiene de la derivada de x_1 por medio del comando derivative de Matlab-Simulink, además se considera que el sistema de levitación magnética en su etapa de potencia contiene un control interno que entrega una corriente proporcional al voltaje de entrada de control (u) más un corrimiento (ver Fig. 2), de la siguiente forma:

$$i(t) = 0.015u(t) + i_0, \quad (13)$$

Fig. 2. Diagrama de bloques del sistema a lazo cerrado



Fuente: elaboración propia

El sensor de posición entrega un voltaje proporcional a la distancia de la esfera y al núcleo magnético, de la forma:

$$x_1(t) = \frac{v_s(t)}{120} + x_1^*, \quad (14)$$

donde $v_s(t)$ es el voltaje del fototransistor.

Las perturbaciones acopladas las consideramos como incertidumbre en el modelo (1) y los disturbios externos del sistema se deben a la sensibilidad del fototransistor a la luz en el medio ambiente, lo cual produce ruido en la medición del estado x_1 .

A continuación, se muestra el desempeño del sistema de control en lazo cerrado, considerando la posición de la esfera y la señal de control, partiendo de la condición inicial de $x_1(0) = 0.046m$, una ganancia del control discontinuo es $\Gamma = 1$ y la ganancia de la superficie deslizante $c = 1$. En la Fig. 3 se observa que el objetivo de control se alcanza en aproximadamente 1.2s, aun en presencia de disturbios externo.

En el análisis estadístico para el desempeño del sistema en lazo cerrado se utilizó el criterio del Error Cuadrático Medio

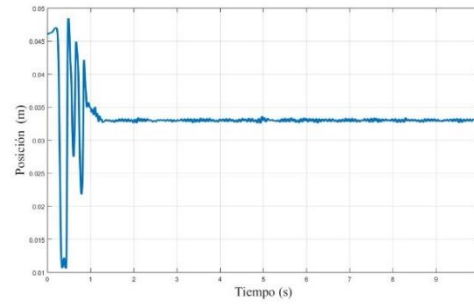
(ECM) y la Desviación Estándar (DE) con respecto al punto de operación, el análisis considera 10,000 muestras en un tiempo de 10s, obteniéndose la siguiente tabla 1.

Tabla 1. Error cuadrático medio y desviación estándar de la trayectoria del estado $x_1(t)$ con respecto a x_1^* .

ECM	DE
$16.037 \times 10^{-6} \text{ m}$	$1.5 \times 10^{-3} \text{ m}$

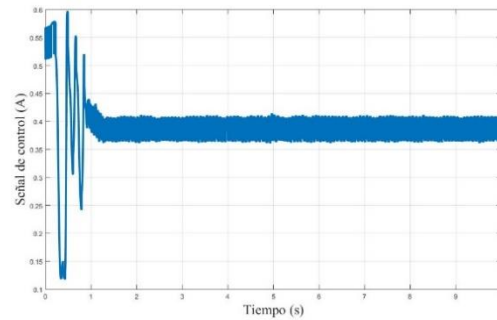
Fuente: elaboración propia

Fig. 3. Posición de la esfera ($x_1^* = 0.0321m$) del sistema en lazo cerrado.



Fuente: elaboración propia

Fig. 4. Señal de control.



Fuente: elaboración propia

En la tabla 1 se muestra un error cuadrático medio en el orden de las micras, mientras la desviación estándar del error está dada en milésimas, en la Fig. 3 se observa el tiempo de asentamiento de aproximado 1.2s, y un máximo sobrepaso del 2%, y en la Fig.4 se presenta un consumo de energía dado por un pico de 0.6A que representa un incremento del 80% sobre la corriente nominal por un corto periodo de tiempo, lo que impide que la esfera salga de la región de control.

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

En el experimento, el sistema a lazo cerrado está confinado a la región de operación X delimitado por rango de cobertura del sensor, lo que establece la hipótesis que el controlador está operando en forma local, sin embargo, es importante señalar que el control por modos deslizantes puede operar en una región más amplia, empleando un sensor de posición con un mayor rango de operación. El control por modo deslizante

cumplió con el objetivo de control establecido en la segunda sección de este artículo y como se estableció en la sección de resultados, donde se aprecia la atenuación de las perturbaciones de acuerdo con el desempeño mostrado en la Fig. 3.

4. REFERENCIAS

- [1] A. Isidori, A. Astolfi, Disturbance attenuation and \mathcal{H}_∞ -control via measurement feedback in nonlinear systems. IEEE Trans. Automat. Contr. 37(9), pp 1283-1293, 1992.
- [2] M. D.S. Aliyu, Nonlinear \mathcal{H}_∞ -control, Hamiltonian Systems and Hamilton-Jacobi Equations, Taylor and Francis Group, Montreal, 2011.
- [3] Y.V. Orlov, L.T. Aguilar, Advanced \mathcal{H}_∞ control, Birkhäuser, New York, 2014.
- [4] G. Feng y R. Lozano, Adaptive Control System, Linacre Huse, Jordan Hill, Oxford OX2 DP, Wobun, MA, 1999.
- [5] R. A. Freeman and P. V. Kokotovic, Robust nonlinear control design, Birkhäuser, Boston, 2008.
- [6] K. Hassan, Nonlinear Systems, Prentice Hall, Segunda Edición, New Jersey, pp 734, 1996.
- [7] Vadim Utkin, Jürgen Guldner y Jingxin Shi, Sliding Mode Control in Electro-Mechanical Systems, CRC Press, New York, 2009.
- [8] L. Fridman, A. Poznyak y F. Bejarano, Robust Output LQ Optimal Control via Integral Sliding Modes. New York, USA: Birkhäuser, 2014.
- [9] C. Fallaha, H. Kanaan y M. Saad, Real time implementation of a sliding mode regulator for current-controlled magnetic levitation system, Mediterranean Conference on Control Automation, Lymassol, Cyprus, 2005.
- [10] Feedback Instruments Ltd. Manual: Magnetic Levitation Control Experiments 33-942S, 2006.