

Combinación Convexa de los Algoritmos Affine Projection y Least Mean Square Aplicada a Sistemas de Beamforming

Ing. Jesús Roberto Del Ángel Ruiz, Alma Patricia Olguín García, Dr. Juan Gerardo Avalos Ochoa, Ing. Guillermo Avalos Arzate, M. en C. Xóchitl Cabrera Rivas

Instituto Politécnico Nacional, ESIME Culhuacán, Av. Santa Ana 1000, C.P. 04440, jroberto1097@gmail.com, javaloso@ipn.mx, xcabrerarivas@gmail.com, Ciudad de México, México.

Resumen

El beamforming es una técnica utilizada en las comunicaciones inalámbricas que distingue las propiedades espaciales de una señal deseada y de las señales contaminantes, con el fin de separarlas y obtener un patrón de radiación deseado. Para realizar un sistema de beamforming se requiere un algoritmo adaptativo que minimice el error entre una señal de referencia y la salida del arreglo. La elección del algoritmo adaptativo es una tarea compleja, ya que existen algoritmos que proveen un bajo nivel de error cuadrático medio (mean square error – MSE) pero a cambio de una velocidad de convergencia lenta. Por otra parte, los algoritmos de alta velocidad de convergencia suelen presentar niveles muy altos de error cuadrático medio, lo cual limita su uso en aplicaciones prácticas. Recientemente, se han presentado un nuevo modelo de algoritmos adaptativos llamados algoritmos convexos, los cuales son algoritmos de alta velocidad de convergencia y bajo nivel de MSE. En este trabajo, se presenta por primera vez la combinación convexa del algoritmo de proyecciones afines (affine projection algorithm - AP) y el algoritmo de mínimos cuadrados promediados (least mean square algorithm- LMS) aplicados a beamforming. Los resultados obtenidos demuestran que el algoritmo convexo propuesto alcanza la alta velocidad de convergencia del algoritmo AP y disminuye aún más el error cuadrático medio en comparación con el algoritmo LMS.

Palabras clave— Beamforming, combinación convexa, algoritmo de proyecciones afines, algoritmo de mínimos cuadrados promediados, filtrado adaptativo.

Abstract

Beamforming is a technique used in wireless communications that distinguishes the spatial properties of a desired signal and contaminating signals, in order to separate them and obtain a desired radiation pattern. To perform a beamforming system, an adaptive algorithm is required to minimize the error between a reference signal and the array output. The choice of the adaptive algorithm is a complex task, since there are algorithms that provide a low level of mean square error (MSE) but in exchange for a slow convergence rate. On the other hand, high speed convergence algorithms usually have very high levels of mean square error, which limits their use in practical applications. Recently, a new model of adaptive algorithms called convex algorithms has been introduced, which are high speed convergence and low level MSE

algorithms. In this paper, the convex combination of the affine projection algorithm (AP) and the least mean square algorithm (LMS) applied to beamforming is presented for the first time. The results obtained demonstrate that the proposed convex algorithm reaches the high convergence speed of the AP algorithm and further decreases the mean square error compared to the LMS algorithm.

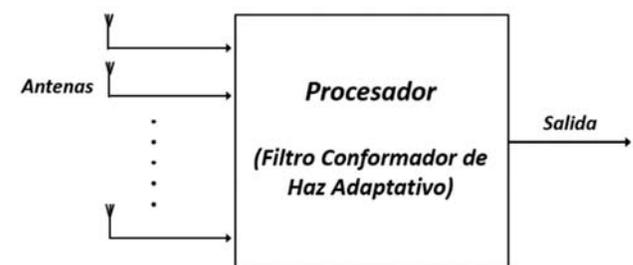
Keywords— Beamforming, convex combination of adaptive filters, affine projection algorithm, least mean square algorithm.

1. INTRODUCCIÓN

Durante los últimos años las tecnologías de comunicación inalámbrica han tenido una evolución muy importante. En la actualidad se han realizado diversas investigaciones con el fin de obtener mejoras para transmitir la mayor cantidad de información en el menor tiempo posible y con la confianza de que dicha información llegará de manera correcta. Sin embargo, existe un factor que causa inconveniente en los sistemas, dicho factor es la forma en que las antenas utilizadas irradian o reciben las señales deseadas. Comúnmente, los arreglos convencionales de antenas que actualmente se utilizan son omnidireccionales, estos arreglos poseen un patrón de radiación fijo, lo cual genera una pérdida de recursos debido a que además de irradiar hacia la dirección deseada, lo hace de igual forma a otras direcciones creando interferencia a otros usuarios dentro del sistema [1]. El beamforming es una técnica de filtrado cuyo principal objetivo es el distinguir las propiedades espaciales de una señal deseada y separarla de las señales contaminantes [2]. Dicha técnica, se encarga de remplazar los arreglos de antenas convencionales utilizados para la transmisión inalámbrica, por antenas inteligentes, que cuentan con la capacidad de generar automáticamente nuevos patrones de radiación, según su necesidad.

Los arreglos de antenas inteligentes permiten un ahorro considerable de energía entre el emisor y receptor debido a que modifican su patrón de radiación y con ello logran dirigir su energía únicamente hacia la señal o el objetivo deseado. Con esto, el patrón de radiación se modifica creando lóbulos hacia señales específicas. En un sistema de Beamforming las señales son captadas por arreglos de antenas como se muestra en la Figura 1.

Figura 1. Estructura general de un sistema de Beamforming.



Fuente: elaboración propia.

Para lograr la modificación de los lóbulos la técnica de beamforming utiliza algoritmos adaptativos, los cuales modifican en amplitud y fase las señales recibidas en el arreglo de antenas. La elección adecuada del algoritmo adaptativo es de gran importancia ya que estos determinan el grado de error y el tiempo de respuesta del sistema de beamforming. Por esta razón, es deseable utilizar algoritmos que presenten una alta velocidad de convergencia y un bajo costo computacional. Debido a esto, diversos autores han propuesto algoritmos tratando de solucionar esta problemática.

En [3-5] se proponen variantes del algoritmo LMS, los cuales presentan un costo computacional bajo, sin embargo, su velocidad de convergencia es lenta. En el trabajo presentado en [6] se propone el algoritmo RLS aplicado a sistemas de Beamforming. El algoritmo propuesto tiene una velocidad de convergencia muy alta, pero su complejidad computacional es muy elevada, además, suele ser un algoritmo inestable. En [7], los autores presentan el algoritmo recursivo de mínimos cuadrados ampliamente lineal (WL-RLS) aplicado a Beamforming. El objetivo de este trabajo es el reducir la complejidad computacional del algoritmo RLS. A pesar de reducir el costo computacional con respecto a la versión original, el algoritmo sigue siendo complejo e inestable, debido al alto número de operaciones de inversión de matriz necesarias en el cómputo del algoritmo.

Recientemente, se ha presentado una técnica basada en la combinación convexa de algoritmos adaptativos [8]. La combinación se lleva a cabo para cumplir un objetivo específico que involucre las salidas de ambos algoritmos adaptativos. Este nuevo algoritmo resultante puede incluso ser mejor que los algoritmos individuales utilizados en la combinación. Los algoritmos convexos se han realizado en otros trabajos de manera exitosa como se presentó en [9]. Sin embargo, el costo computacional es muy alto, además, se aplicó solo en cancelación de eco acústico.

En este trabajo se presenta el diseño del algoritmo adaptativo basado en filtrado por combinaciones convexas AP/LMS, cabe mencionar que esta técnica nunca se ha aplicado a sistemas de beamforming y este trabajo es el primero que presenta dicha técnica aplicada a beamforming con la finalidad de tener un sistema con una velocidad de convergencia alta y logrando reducir el error cuadrático medio, teniendo un sistema con una respuesta rápida y más preciso.

2. ALGORITMO DE PROYECCIONES AFINES

El algoritmo AP presenta una alta velocidad de convergencia [10], sin embargo, su nivel de MSE en estado estacionario suele ser también bastante alto. El funcionamiento de este algoritmo se basa en el uso de múltiples vectores de entrada

para el cálculo de la actualización de los coeficientes del filtro. Estos vectores son conocidos como vectores de re-usos (L).

El comportamiento de este algoritmo depende en gran parte de la cantidad de vectores L utilizados. Entre más alto sea el orden de estos vectores más rápido será el algoritmo, pero el nivel de MSE aumentará.

En (1) se presenta la ecuación de actualización de los coeficientes del algoritmo AP, la cual está dada por:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) \mu \mathbf{X}(n) (\mathbf{X}^T(n) \mathbf{X}(n) + \delta \mathbf{I}_M)^{-1} \mathbf{e}(n) \quad (1)$$

Donde $\mathbf{w}(n)$ representa el vector de coeficientes, μ es el factor de convergencia que determina el error mínimo local, así como la velocidad de convergencia, δ es un parámetro de regularización, \mathbf{I}_M una matriz de identidad del tamaño del orden de los re-usos, $\mathbf{e}(n)$ es la señal de error y $\mathbf{X}(n)$ la matriz de la señal de entrada formada por los vectores $\mathbf{x}(n)$ que están dados por:

$$\mathbf{X}(n) = [\mathbf{x}(n), \mathbf{x}(n-1), \dots, \mathbf{x}(n-M+1)] \quad (2)$$

La señal de error $\mathbf{e}(n)$ está dado por:

$$\mathbf{e}(n) = \mathbf{d}(n) - \mathbf{w}^*(n) \mathbf{X}(n) \quad (3)$$

Donde $\mathbf{d}(n)$ es el vector de la señal deseada, el cual se define de la siguiente forma:

$$\mathbf{d}(n) = [\mathbf{d}(n), \mathbf{d}(n-1), \dots, \mathbf{d}(n-M+1)] \quad (4)$$

Como se menciona anteriormente, este es un algoritmo adecuado cuando se requiere una respuesta rápida del sistema adaptativo, sin embargo, su alto nivel de error pudiera presentar un problema para ciertas aplicaciones, en las cuales la precisión sea un factor de alta importancia.

3. ALGORITMO DE MÍNIMOS CUADRADOS PROMEDIADOS (LMS)

El algoritmo de mínimos cuadrados promediados (LMS), propuesto para un sistema de Beamforming en [11] es uno de los algoritmos adaptativos más conocidos. Este algoritmo es ampliamente utilizado en diferentes aplicaciones debido a su baja complejidad computacional y buen nivel de MSE en estado estacionario, sin embargo, su principal desventaja es su baja velocidad de convergencia. La ecuación general del algoritmo para la actualización de los coeficientes del filtro se presenta en (5).

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu \mathbf{e}(n) \mathbf{x}(n) \quad (5)$$

Donde $w(n+1)$ es el peso siguiente del filtro, $w(n)$ es el peso actual, μ es el factor de convergencia, $x(n)$ es la señal de entrada al filtro y $e(n)$ es la señal de error, la cual se obtiene como se muestra en (6).

$$e(n) = d(n) - y(n) \quad (6)$$

Donde $d(n)$ es la señal deseada.

4. ALGORITMO CONVEXO AP-LMS

Los algoritmos convexos como se mencionaron anteriormente se han realizado en otros trabajos, estos algoritmos convexos combinan el funcionamiento de dos algoritmos adaptativos, con el objetivo de aprovechar las características velocidad y nivel de MSE de cada uno de los algoritmos utilizados en la combinación. Se han realizado La señal de salida de la combinación convexa está dada por las salidas individuales de cada uno de los algoritmos. En la ecuación (7) se muestra la expresión que representa la salida de la combinación convexa [8].

$$y(n) = \lambda(n)y_1 + (1 - \lambda(n)) y_2(n) \quad (7)$$

Donde $y_1(n)$ es la señal de salida del filtro 1, $y_2(n)$ es la señal proveniente del filtro 2, $\lambda(n)$ es un parámetro que controla el grado de mezclado de cada una de las salidas de los filtros, dicho parámetro se obtiene como se muestra en (8).

$$\lambda(n) = (1 + e^{-a(n)})^{-1} \quad (8)$$

La variable $a(n)$ es actualizada en cada iteración para minimizar el error cuadrático medio del filtro convexo. Como se muestra en (9).

$$a(n+1) = a(n) + \mu_\alpha e(n)(e_1(n) - e_2(n))\lambda(n)(1 - \lambda(n)) \quad (9)$$

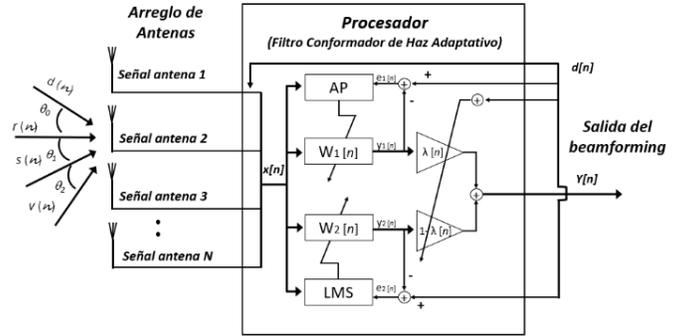
Es importante mencionar que μ_α es un factor que controla los cambios en $a(n)$ en cada iteración y debe ser ajustado a un valor grande para que el filtro convexo sea más rápido.

Las estructuras convexas son excelentes cuando se requiere una alta velocidad de convergencia y un nivel de MSE bajo. Su desventaja se presenta en el número de operaciones requeridas para el cómputo del algoritmo, ya que los dos filtros adaptativos se actualizan al mismo tiempo en cada iteración. Si el costo computacional no es una limitante en la aplicación, el uso de algoritmos convexos puede representar una mejora para el desarrollo de sistemas prácticos.

En este trabajo se propone el uso de una combinación compuesta por el algoritmo AP y el algoritmo LMS. En esta propuesta se busca alcanzar la velocidad del algoritmo AP y con la ayuda del algoritmo LMS lograr una reducción en el nivel de MSE.

En la Figura 2, se muestra el diagrama general de un sistema beamforming adaptativo. En este diagrama se observa la combinación de los algoritmos propuestos.

Figura 2. Estructura general de un Beamforming Adaptativo.



Fuente: elaboración propia.

5. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

Para demostrar la efectividad y el correcto funcionamiento del algoritmo propuesto, se simuló un sistema de beamforming en MATLAB™, en el cual para llevar una mejor comparativa se simularon los algoritmos que integran la combinación.

En las simulaciones realizados, las señales recibidas en el arreglo de antenas fueron sumas de senos y cosenos, tomando una de ellas como la señal deseada, de la forma que se muestran en (10).

$$d(n) = A \cos(n\omega_0 + \theta) + B \cos(n\omega_0 + \theta) \quad (10)$$

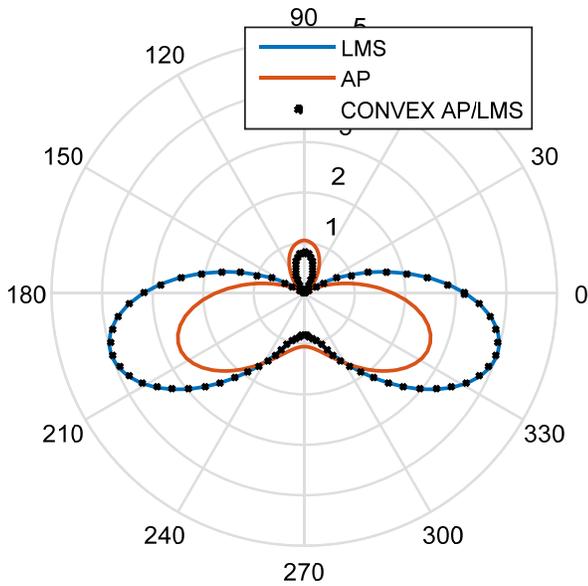
Donde A y B son la amplitud, n el número de muestras, ω_0 la frecuencia angular y θ el ángulo de las señales. En todas las pruebas realizadas el valor de θ fue el mismo para todas las señales, excepto la señal deseada. Para el algoritmo AP y el algoritmo convexo el número de re-úsos fue de 6. Este valor se eligió debido a que los algoritmos mostraron su mejor rendimiento. Además, el valor del factor de convergencia para cada algoritmo se eligió de manera que cada uno de ellos mostraran su mejor rendimiento. Para el algoritmo AP el factor de convergencia fue de 1 y de 0.1 para el algoritmo LMS.

El sistema de beamforming presentado tiene como objetivo el discriminar las señales de interferencia con un ángulo de 90 grados y solo captar las señales con un ángulo de 180 grados, en este caso el de la señal deseada. Las simulaciones se realizaron para seis y ocho antenas. Las curvas de aprendizaje se obtuvieron al promediar 200 simulaciones individuales.

En las Figuras 3 y 4 se muestran los patrones de radiación obtenidos con los arreglos de 6 y 8 antenas, respectivamente. Los resultados obtenidos que los algoritmos funcionan de

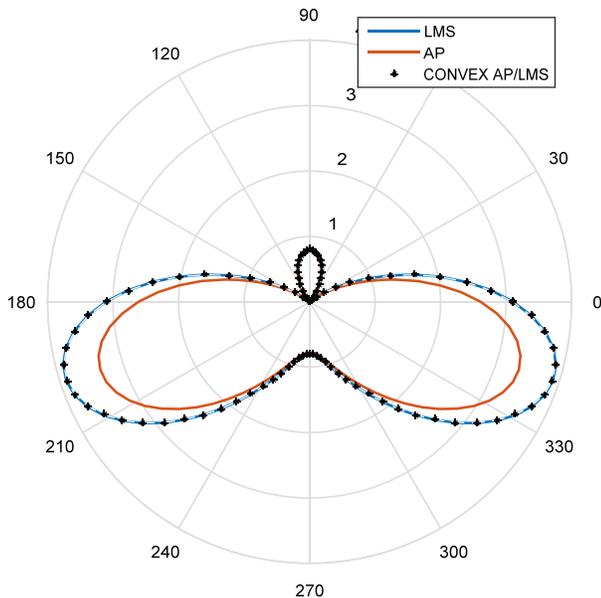
manera correcta al presentar un patrón que solamente recibe las señales deseadas y discrimina todas las señales que están fuera de rango, en este caso discrimina las señales que vienen en un ángulo de 90 grados y solo capta las provenientes en el ángulo deseado que es de 180 grados. Además, se aprecia que el algoritmo LMS y el algoritmo convexo presentan una mayor precisión respecto al algoritmo AP.

Figura 3. Patrón de radiación del sistema de Beamforming con seis antenas.



Fuente: elaboración propia.

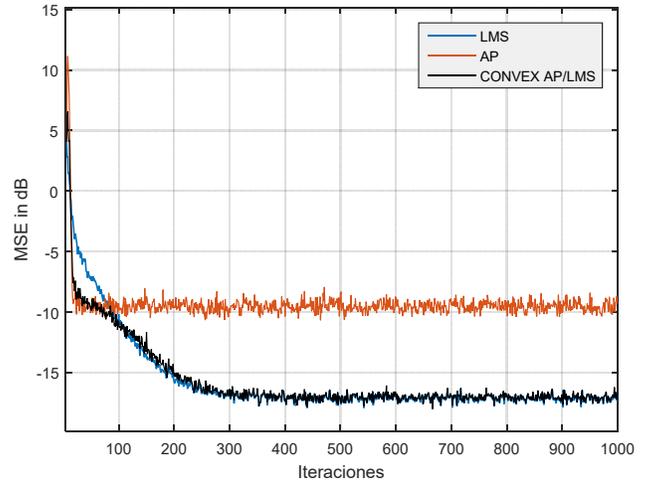
Figura 4. Patrón de radiación del sistema de Beamforming con ocho antenas.



Fuente: elaboración propia.

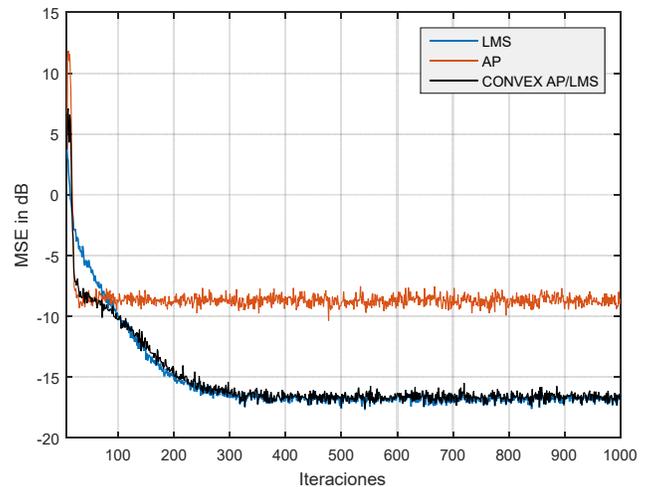
De igual forma para probar la efectividad y las ventajas del algoritmo propuesto, se obtuvo el nivel de error cuadrático medio. En las Figuras 5 y 6 se presenta el nivel de MSE obtenidos, donde se aprecia que el algoritmo AP es más rápido que el LMS, sin embargo, su nivel de desajuste es alto comparado con este mismo algoritmo. Por otra parte, el algoritmo propuesto en ambos casos para seis y ocho antenas, presenta la velocidad de convergencia del algoritmo AP y su MSE es aún menor con respecto al algoritmo LMS.

Figura 5. Gráfica comparativa del MSE obtenida en el sistema de Beamforming para seis antenas.



Fuente: elaboración propia.

Figura 6. Gráfica comparativa del MSE obtenida en el sistema de Beamforming para ocho antenas.



Fuente: elaboración propia.

3. CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos demuestran que la combinación convexa de los algoritmos AP - LMS presenta una velocidad

de convergencia similar al algoritmo AP individual pero el nivel de MSE se mejora en más de 5 dB.

Las características del algoritmo convexo lo convierten en una gran opción para el desarrollo de sistemas de beamforming que requieran de una alta velocidad de respuesta y una mayor precisión. La única restricción se encuentra en el alto costo computacional debido al uso de dos filtro en paralelo, lo cual provoca que se realice el doble de operaciones en comparación con los métodos convencionales, esto pudiera ser una limitante si no se cuenta con el hardware adecuado para su implementación.

4. REFERENCIAS

- [1] Singh, H., & Jha, R. M. (2012). Trends in adaptive array processing. *International Journal of Antennas and Propagation*, 2012.
- [2] Orozco-Tupacyupanqui, W., Nakano-Miyatake, M., & Perez-Meana, H. (2015). A novel neural-fuzzy method to search the optimal step size for NLMS beamforming. *IEEE Latin America Transactions*, 13(2), 402-408.
- [3] Shi, Y. M., Huang, L., Qian, C., & So, H. C. (2014). Shrinkage linear and widely linear complex-valued least mean squares algorithms for adaptive beamforming. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 63(1), 119-131.
- [4] Saeed, M. O. B., & Zerguine, A. (2019). An Incremental Variable Step-Size LMS Algorithm for Adaptive Networks. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*.
- [5] Samantaray, B., Das, K. K., & Roy, J. S. (2017). Beamforming in smart antenna using some variants of least mean square algorithm. In *2nd National Conference on Mechatronics, Computing and Signal Processing, MCSP-2017, Centurion University of Technology & Management, Bhubaneswar*.
- [6] Chern, S. J., & Chang, C. Y. (2002). Adaptive linearly constrained inverse QRD-RLS beamforming algorithm for moving jammers suppression. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 50(8), 1138-1150.
- [7] Douglas, S. C. (2009, April). Widely-linear recursive least-squares algorithm for adaptive beamforming. In *2009 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing* (pp. 2041-2044). IEEE.
- [8] Arenas-García, J., Azpicueta-Ruiz, L. A., Silva, M. T., Nascimento, V. H., & Sayed, A. H. (2015). Combinations of adaptive filters: performance and convergence properties. *IEEE Signal Processing Magazine*, 33(1), 120-140.
- [9] Chien, Y. R., & Li-You, J. (2018). Convex combined adaptive filtering algorithm for acoustic echocancellation in hostile environments. *IEEE Access*, 6, 16138-16148.
- [10] Ozeki, K., & Umeda, T. (1984). An adaptive filtering algorithm using an orthogonal projection to an affine subspace and its properties. *Electronics and Communications in Japan (Part I: Communications)*, 67(5), 19-27.
- [11] Farhang-Boroujeny, B. (2013). *Adaptive filters: theory and applications*. John Wiley & Sons.