

Diseño de un Oscilador Caótico Esférico y su Aplicación en Cuatro Casos de Mecánica Celeste

Fernando - Salas Medina^a, Jose Ricardo - Cardenas Valdez^a, Andres Calvillo Tellez^b, Esteban - Tlelo Cuautle^c, Yuma Sandoval Ibarra^a, Francisco Javier - Perez Pinal^d, José Cruz - Núñez Pérez^b.

^a Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico de Tijuana, Boulevard. Industrial s/n, Ciudad Industrial, Tijuana, B.C., México, C.P. 22430, fernandosalasm84@gmail.com, jose.cardenas@tectijuana.edu.mx.

^b Instituto Politécnico Nacional, IPN-CITEDI, Av. Instituto Politécnico Nacional No. 1310, Colonia Nueva Tijuana, Tijuana, B. C., México. C.P. 22435, {calvillo, nunez}@citedi.mx.

^c Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, INAOE, Luis Enrique Erro No. 1, Tonantzintla, San Andres Cholula, Puebla, México C.P. 72840, etlelo@inaoe.mx.

^d Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico de Celaya, Antonio García Cubas Pte No. 600 esq. Av. Tecnológico, Celaya, Guanajuato, México, C.P. 38010, francisco.perez@itcelaya.edu.mx.

Resumen

Este artículo presenta el procedimiento para el diseño de un oscilador caótico esférico basado en el movimiento de dos cuerpos que interactúan entre sí a causa de la fuerza gravitacional que ejerce el cuerpo de mayor masa respecto al de menor masa. En el cuerpo secundario se presenta un comportamiento caótico a lo largo de su órbita, se determinan cuatro casos en los que esto ocurre, lo que conlleva a crear un proyecto que simula cada caso. En el proceso se toman en cuenta la precisión de los resultados para definir los parámetros más óptimos del proyecto. Las tres señales de salida que representan el movimiento del cuerpo secundario se verifican mediante los resultados obtenidos del mismo sistema a partir de un programa de Matlab que simula los cuatro casos, respectivamente. Finalmente, se realizó el diseño completo de los cuatro casos en una tarjeta FPGA, usando código VHDL.

Palabras clave — FPGA, Fuerza gravitacional, Matlab, Oscilador caótico esférico, Orbitas, VHDL.

Abstract

This paper presents the procedure for the design of a spherical chaotic system based on the movement of two bodies that interact with each other because of the gravitational force exerted by the body of greater mass with respect to the body of smaller mass. Establishing that the secondary body presents a chaotic behavior along its orbit, four cases are determined in which this could happen, which lead to create a project that simulates each case. During the process, the precision of the results are taken into account to define the most optimal parameters of the project. The three output signals represent the movement of the secondary body and can be verified by the results obtained from the same system by using Matlab programs that simulates the four cases, respectively. Finally, the complete design of the four cases was performed on an FPGA board, using VHDL code.

Keywords — FPGA, Gravitational force, Matlab, Orbits, Spherical chaotic system, VHDL.

1. INTRODUCCION

La teoría de mecánica celeste establece que el problema de dos cuerpos u objetos en el espacio se resuelve usando las posiciones en las que se encuentran e interactúan entre sí sólo por medio de la fuerza gravitatoria. Ambos cuerpos orbitan alrededor del centro de masa del sistema y dependiendo de las masas de ambos cuerpos, será la trayectoria de la órbita que cada uno seguirá.

Cuando uno de los dos cuerpos posee considerablemente mayor masa que el otro, el centro de masa tenderá a ubicarse dentro del cuerpo de mayor masa. Lo anterior provoca en apariencia que el cuerpo de menor masa orbite alrededor del cuerpo de mayor masa, haciendo que el cuerpo con mayor masa sólo presente imperceptibles fluctuaciones en su órbita tal que, de manera práctica, se dice que queda estático y que el cuerpo de menor masa orbita alrededor de él.

Los sistemas caóticos están basados en modelos numéricos que se caracterizan por presentar enrollamientos cuyo resultado final es de alta sensibilidad a las condiciones iniciales. La ventaja principal del uso de sistemas caóticos es que hacen prácticamente imposible reestructurar la información recibida si no existe el conocimiento de las condiciones de iniciales [1].

El sistema caótico esférico propuesto para el desarrollo en este trabajo simulará el movimiento que tendría el cuerpo secundario de menor masa si su comportamiento fuera caótico a lo largo de su órbita. De esta forma se pretende hacer uso de herramientas digitales para la emulación de un atractor caótico esférico del que se desprenden varios comportamientos diferentes a partir de la variación de uno de sus parámetros de entrada. El problema a resolver es diseñar digitalmente un oscilador tridimensional gobernado por tres salidas del sistema diseñado en una tarjeta FPGA, usando código VHDL, para este caso las coordenadas esféricas y distintos casos de caos montados en una forma geométrica.

Los autores de este artículo han realizado contribuciones científicas que han marcado un referente metodológico en la simulación y emulación de osciladores caóticos en tarjetas FPGA [2] y su aplicación en la encriptación de imágenes [3]. Con los resultados obtenidos en este trabajo se comprobará que es posible implementar el sistema caótico presente en una tarjeta FPGA y posibilitará que en el futuro cercano se realicen trabajos de investigación relacionados. El empleo de sistemas caóticos para encriptación es un tema de moda en la investigación. Por ello algunas mejoras al presente sistema serían la implementación digital de un sistema de encriptación, basado en FPGA, de información digital (ya sean datos o información multimedia como imágenes, video, audio, etc.) con la posibilidad de utilizar su estructura para el desarrollo de otros sistemas caóticos esféricos.

Este artículo está organizado en las siguientes secciones: en la Sección 2 se describen los fundamentos teóricos y estado del arte de la investigación. Los resultados del trabajo son presentados en la Sección 3, mientras que las conclusiones del artículo son encontradas en la Sección 4.

2. ESTADO DEL ARTE

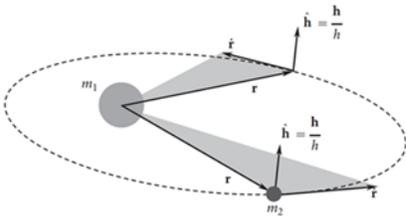
El presente trabajo está basado en el comportamiento de los sistemas celestes, sin embargo, es posible crear nuevos comportamientos que sigan otras trayectorias definidas por algunas figuras geométricas simples, o incluso realizar una especie de “fusión” entre uno o más sistemas caóticos.

Por lo anterior se plantea que este trabajo de investigación abarcase más de un caso en el que el sistema a desarrollar presenta un comportamiento caótico distinto. Para esto se define un parámetro del sistema caótico y se realizarán variaciones registrando su comportamiento, comparando los resultados conseguidos entre los softwares de Matlab y Quartus II y verificando el funcionamiento de los distintos casos creados. De igual forma se hicieron pruebas con diferentes condiciones iniciales en los casos donde se requiera asegurar que se tiene el control de la posición de los puntos de equilibrio del sistema.

2.1 Problema de dos cuerpos en Mecánica Celeste

El problema de los dos cuerpos implica dos objetos que interactúan entre sí mediante la fuerza gravitacional ejercida en un espacio donde no existen perturbaciones por fuerzas externas. De esta forma, el cuerpo de menor masa (cuerpo secundario) orbita alrededor del centro de masa generado por ambos cuerpos en una órbita elíptica, de modo que el cuerpo secundario realiza revoluciones desplazándose por la trayectoria elíptica alrededor del cuerpo central. En la Figura 1 se muestra el diagrama para el sistema de los dos cuerpos.

Fig. 1. Diagrama del problema de los dos cuerpos



donde m_1 corresponde al cuerpo central, m_2 es el cuerpo secundario, h define la componente normal del plano donde se encuentra la órbita elíptica, r es la distancia entre el cuerpo central y el secundario, \dot{r} es el componente radial de velocidad [4]. Mediante las ecuaciones correspondientes a posición y velocidad se describe la cinemática que experimenta un cuerpo de menor masa al orbitar alrededor de un cuerpo de mayor masa. Las ecuaciones que describen la posición en tres dimensiones del cuerpo secundario son las siguientes:

$$\begin{bmatrix} x_r \\ y_r \\ z_r \end{bmatrix} = R_{xq} \begin{bmatrix} a(\cos E - e) \\ a\sqrt{1 - e^2} \sin E \\ 0 \end{bmatrix} \quad [1]$$

donde $[x_r, y_r, z_r]^T$ representa las coordenadas de posición del cuerpo secundario en tres dimensiones. El vector que representa la velocidad del cuerpo secundario a lo largo de su órbita tridimensional es el siguiente:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_r \\ \dot{y}_r \\ \dot{z}_r \end{bmatrix} = R_{xq} \begin{bmatrix} -\frac{na \sin E}{1 - e \cos E} \\ na\sqrt{1 - e^2} \cos E \\ \frac{na \sin E}{1 - e \cos E} \\ 0 \end{bmatrix} \quad [2]$$

donde n es la frecuencia orbital, a representa la longitud del semieje mayor de la órbita, e corresponde a la excentricidad de la órbita elíptica (el radio de la distancia desde el centro de la elipse al semieje mayor de la elipse) y E es la anomalía excéntrica, que se define como el ángulo medido desde el centro de la elipse mediante la posición del cuerpo secundario. La orientación de la órbita elíptica se maneja mediante la matriz de rotación R_{xq} en función de tres ángulos Ω, i y ω .

Es posible crear una fusión entre el atractor caótico y el movimiento del cuerpo secundario si se ajustan las ecuaciones del atractor caótico de cuatro alas para albergar como parámetros la posición y velocidad del cuerpo secundario a través de una órbita elíptica, obteniendo un sistema gobernado por el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\begin{aligned} \dot{x} - \dot{x}_r &= \bar{a}[(y - y_r) - (x - x_r)] + \bar{e}[(y - y_r)(z - z_r)] \\ \dot{y} - \dot{y}_r &= \bar{c}(x - x_r) + \bar{d}(y - y_r) - [(x - x_r)(z - z_r)] \\ \dot{z} - \dot{z}_r &= -\bar{b}(z - z_r) + [(x - x_r)(y - y_r)] \end{aligned} \quad [3]$$

2.2 Atractor Caótico de Cuatro Alas

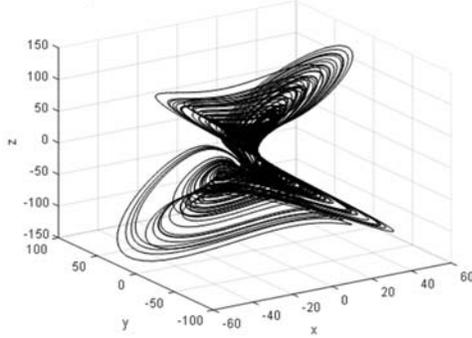
El sistema caótico esférico de tres dimensiones se describe con las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \bar{a}(y - x) + \bar{e}yz \\ \dot{y} &= \bar{c}x + \bar{d}y - xz \\ \dot{z} &= -\bar{b}z + xy \end{aligned} \quad [4]$$

Siendo $\bar{a}, \bar{b}, \bar{d}, \bar{e} \in R^+$ y $\bar{c} \in R$ parámetros del sistema con valor constante. Cabe resaltar que cada una de las ecuaciones del sistema contiene todas las variables independientes del mismo, por lo que las condiciones iniciales no deben ser $[0,0,0]$, ya que esto provocaría que al retroalimentar los resultados de salida estos no cambiarían su valor evitando que el sistema presente los enrollamientos. Este sistema presenta cinco puntos de equilibrio, donde cuatro de estos se encuentran en los centros de cada una de las cuatro alas mientras que el quinto está en el centro del atractor caótico.

Partiendo de las definiciones enunciadas en las ecuaciones (2.37-2.39) y estableciendo los valores del sistema como $\bar{a} = 14, \bar{b} = 43, \bar{c} = -1, \bar{d} = 16, \bar{e} = 4$ [5], se crea un programa en Matlab que incluya las funciones del sistema como ecuaciones anónimas y establezca un tiempo de simulación determinado por una cantidad de pasos. A partir de la cantidad de pasos se recurre a una rutina que aplique el método Runge-Kutta de cuarto orden a las ecuaciones del sistema, siendo inicializado con sus respectivas condiciones iniciales para cada eje. Al final de la rutina se guarda el promedio de las cuatro aproximaciones de las salidas en la siguiente posición para (x, y, z) según corresponda. Con los pasos anteriores se consigue un enrollamiento cuya forma en el espacio de estados se observa en la Figura 3.

Fig. 3. Atractor caótico de cuatro alas



La matriz de rotación está gobernada por:

$$R_{xq} = \begin{bmatrix} \cos \Omega \cos \omega - \sin \Omega \cos i \sin \omega & -\cos \Omega \sin \omega - \sin \Omega \cos i \cos \omega & \sin \Omega \sin i \\ \sin \Omega \cos \omega + \cos \Omega \cos i \sin \omega & -\sin \Omega \sin \omega + \cos \Omega \cos i \cos \omega & -\cos \Omega \sin i \\ \sin i \sin \omega & \sin i \cos \omega & \cos i \end{bmatrix} \quad [5]$$

Estableciendo los ángulos de entrada de la función de la matriz de rotación como $\Omega = \frac{\pi}{4} \text{ rad} = 45^\circ$, $i = \frac{\pi}{4} \text{ rad} = 45^\circ$ y $\omega = \frac{\pi}{8} \text{ rad} = 22.5^\circ$, usando la ecuación (5) se obtienen los siguientes valores para la R_{xq} :

$$R_{xq} = \begin{bmatrix} 0.4619 & -0.7325 & 0.5 \\ 0.8446 & 0.1913 & -0.5 \\ 0.2706 & 0.6533 & 0.7071 \end{bmatrix} \quad [6]$$

Es necesario contar con todos los parámetros para determinar las características de la órbita elíptica por la que se desarrollará el comportamiento caótico. Manipulando la anomalía excéntrica E de la elipse como un conjunto de puntos que va de 0 a $2\pi \text{ rad}$ (0 a 360°) por la circunferencia de la elipse en una cantidad de unidades L (que representa la extensión total de la elipse) y mediante la variación del parámetro \bar{c} del oscilador esférico se analizan cuatro casos:

Caso 1: El centro de masa del cuerpo secundario se desplaza continuamente por la elipse mientras presenta caos.

Caso 2: Sin alterar el parámetro \bar{c} se realiza un desplazamiento escalonado donde el centro de masa del cuerpo secundario se detiene temporalmente para que su trayectoria forme las cuatro alas.

Caso 3: Se modifica el parámetro \bar{c} y la forma del desplazamiento para crear una trayectoria en forma de resorte alrededor de la elipse.

Caso 4: Se modifica el parámetro \bar{c} sin alterar la forma del desplazamiento para crear una trayectoria que converge a un equilibrio rotando alrededor del cuerpo central.

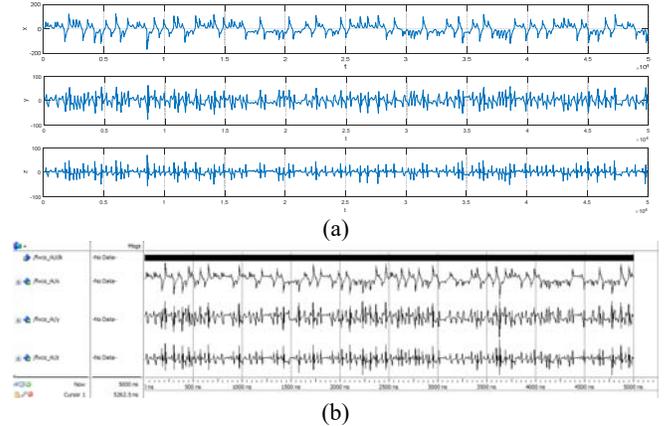
Se varía el parámetro \bar{c} debido a que este cambio se interpreta como un tercer cuerpo perturbando al cuerpo secundario, el cual es considerado como sub-sistema disipativo, y esto genera una evolución dinámica en todo el sistema.

3. RESULTADOS

La metodología de diseño consiste en simular en Matlab cada uno de los distintos cuatro casos de caos y comparar los

resultados obtenidos con los resultados de Quartus II. Recordando que ambos deben corresponder al mismo caso e incluir la misma cantidad de muestras con las mismas condiciones iniciales. Por inicio, se diseñó el programa para el Oscilador Caótico de Cuatro Alas, las salidas del programa de Matlab, así como las salidas de este sistema en VHDL, los resultados se muestran en la Figura 4.

Fig. 4. Señales de salida para el Oscilador Caótico de Cuatro Alas generadas desde (a) Matlab, (b) Quartus/MultiSim



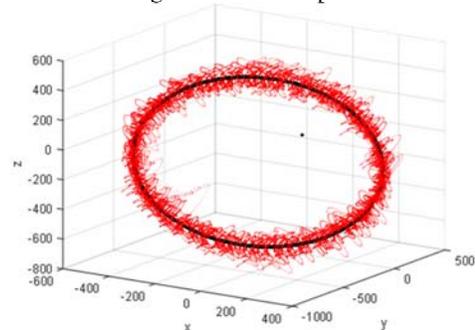
3.1 Caso 1

Para el Caso 1 se establece un incremento continuo para E de 0 a $2\pi \text{ rad}$ (0 a 360°). La frecuencia orbital viene dada por la siguiente ecuación, donde el denominador corresponde a la diferencia entre el tiempo inicial y el tiempo final.

$$n = \frac{E - e \sin E}{t - t_0} \quad [6]$$

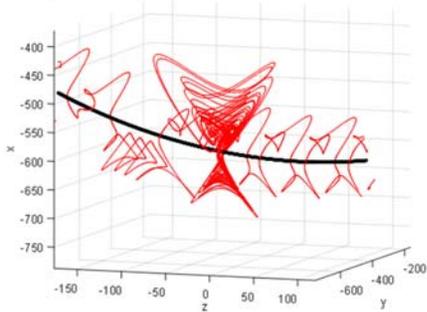
donde n representa el movimiento medio del cuerpo secundario. Los valores que se manejan en este caso para los parámetro de entrada son $E = 2\pi \text{ rad}$ y $L = 200$. Cuando el sistema se simula se obtiene el atractor mostrado en tres dimensiones en la Figura 5, donde se resalta que el centro del cuerpo secundario se desplaza a lo largo de la órbita elíptica marcada en color negro al mismo tiempo que presenta el enrollamiento alrededor de la misma resaltada en color rojo. En punto negro en la figura indica la posición del cuerpo central ubicado en las coordenadas $[x, y, z]=[0, 0, 0]$.

Fig. 5. Caso 1: el centro del cuerpo secundario se desplaza a lo largo de la órbita elíptica



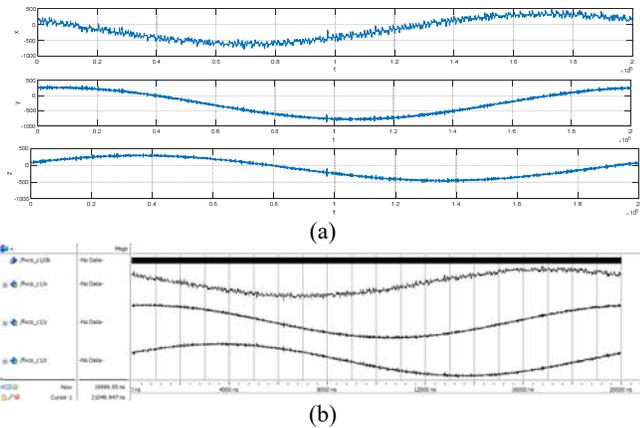
En el atractor del Caso 1 no se observa que exista el mismo enrollamiento de cuatro alas que presenta el atractor principal, esto se debe a que el movimiento del centro del cuerpo secundario es continuo a través de la elipse al mismo tiempo que el cuerpo secundario gira aleatoriamente, lo que significa que no hay suficiente tiempo para crear la forma del enrollamiento del atractor. Para lograr un enrollamiento de cuatro alas es necesario que el centro del cuerpo secundario se detenga en un punto durante una cantidad de tiempo suficiente para que se generen alrededor de 20 mil iteraciones y la trayectoria de los giros del cuerpo secundario consiga la forma del atractor para después trasladarse a otro punto y realizar el mismo proceso. Si se implementa la lógica presentada anteriormente se consigue un sub-atractor como el mostrado en la Figura 6 que se genera a cada salto a lo largo de la elipse.

Fig. 6. Caso 1: Sub-atractor de cuatro alas



En la Figura 7 se observan las señales desplegadas en ModelSim para este caso 1, así como las señales generadas en Matlab.

Fig. 7. Señales de salida para el Caso 1 del oscilador esférico generadas desde (a) Matlab, (b) Quartus/MultiSim

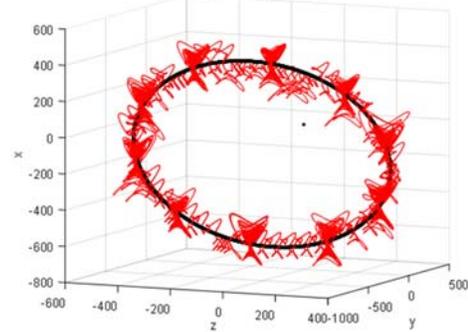


3.2 Caso 2: Uso de ángulos para sub-atractores

Conservando los mismos parámetros que en el Caso 1, el Caso 2 tiene la particularidad de presentar un ángulo discreto para E que va de 0 a 2π rad (0 a 360°), donde E salta una determinada cantidad de radianes entre cada ubicación del centro del cuerpo secundario y en este realiza un enrollamiento entero antes de cambiar a la siguiente posición.

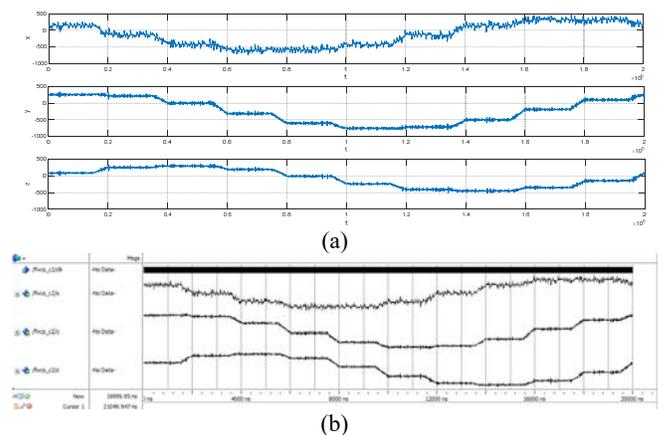
En el Caso 2 el sistema de ecuaciones (1) que representa las velocidades en tres dimensiones del sistema se ajusta a 0. En la Figura 8 se aprecia que el atractor caótico esférico de cuatro alas presenta varios sub-atractores unidos entre sí, donde el final de uno es el inicio de otro como resultado de la combinación de un sistema celeste conservativo (representado por la elipse) con un sistema caótico disipativo (los atractores de cuatro alas).

Fig. 8. Caso 2: Uso de ángulos para generar sub-atractores



Como se observa, en cada punto de demora el sistema genera un sub-atractor caótico de cuatro alas para después saltar a través de la órbita una cantidad $\Delta E = \frac{\pi}{5} = 36^\circ$ para generar otro sub-atractor. Recordando que $E = 2\pi$, se determina que el sistema genera en total diez sub-atractores donde cada uno se encuentra unido al que se ubica en la siguiente posición debido a que el final de uno es el inicio del que sigue. Como resultado final se tiene un atractor producto de la combinación de un sistema celeste conservativo (elipse) con un sistema caótico disipativo (sistema caótico de cuatro alas). También se aprecia que mientras el centro de cada sub-atractor está ubicado en la órbita, la transición entre uno y otro no es igual a lo largo de la elipse, esto se debe a que el estado inicial del sub-atractor no se encuentra una misma posición. El caso 2 se simuló tanto en Matlab como en Quartus, las formas de onda de las salidas de ambos programas se muestran en la Figura 9, respectivamente.

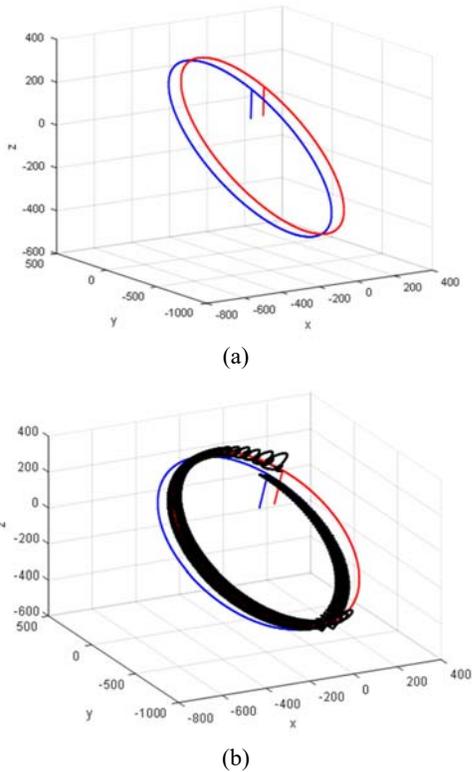
Fig. 9. Señales de salida para el Caso 2 del oscilador esférico generadas desde (a) Matlab, (b) Quartus/MultiSim



3.3 Caso 3: Órbitas periódicas esféricas

Caso 3A: En este caso la órbita del sistema gira periódicamente alrededor de su propio eje mientras se desplaza alrededor del centro de masa. Ajustando el parámetro $\bar{c} = 5$, se generan dos órbitas coexistentes periódicas por las que el cuerpo secundario realiza revoluciones, siendo su región de estabilidad el eje alrededor del que gira. Las órbitas elípticas para este caso se muestran en la Figura 10(a). En la Figura 10(b) se muestra el resultado de simular el sistema donde la órbita del cuerpo secundario salta de una elipse a otra, donde su elipse actual es su órbita de equilibrio.

Fig. 10. Caso 3A: (a) Órbitas elípticas, (b) Órbita periódica esférica saltando a otra con $c = 5$



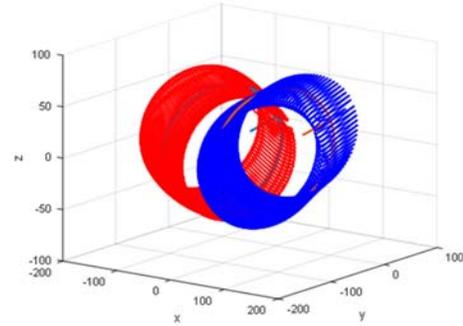
Como resultado de este enrollamiento, la trayectoria del cuerpo secundario genera una forma de resorte que envuelve una de las órbitas elípticas y se conecta al resorte ubicado alrededor de la otra órbita en dos puntos de la trayectoria.

La velocidad del giro y la velocidad de revolución juegan un papel importante respecto a la densidad del giro de transición de una órbita a otra. La velocidad de revolución se establece ajustando los parámetros del tiempo total y el semieje mayor. En este caso el semieje mayor se estableció como $a = 600$, debido a esto se genera un salto de forma fluida entre una órbita a otra. La razón es que al establecer un semieje mayor lo suficientemente grande o un tiempo total de revolución muy corto, la órbita de giro se distorsiona demasiado y como consecuencia la trayectoria se separa de una región de equilibrio para continuar en otra.

Caso 3B: Si se conservan los mismos parámetros para este caso pero se modifica el factor a reduciéndose a 80, se provoca que la velocidad de transición se incremente y el salto entre las elipses desaparece. En la Figura 11 se presenta el resultado

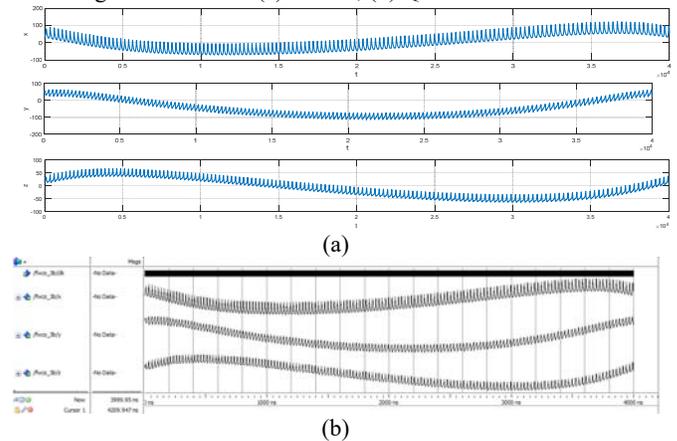
de la simulación de un sistema con dos conjuntos de condiciones iniciales para dos salidas, lo que determina la elipse alrededor de la que realizan revoluciones.

Fig. 11. Caso 3: Transición alrededor de órbita de equilibrio con $c=5$



Bajo estas circunstancias, el cuerpo secundario circula fluidamente a través de toda la trayectoria cuya región de equilibrio se determina por la ubicación inicial. En este caso las órbitas se encuentran ubicadas de tal forma que se aprecia que no se produce un salto entre ellas, siendo dos toroides independientes. En la Figura 12 se observan las señales desplegadas en ModelSim para este caso 3B, así como las señales generadas en Matlab.

Fig. 12. Señales de salida para el Caso 3B del oscilador esférico generadas desde (a) Matlab, (b) Quartus/MultiSim

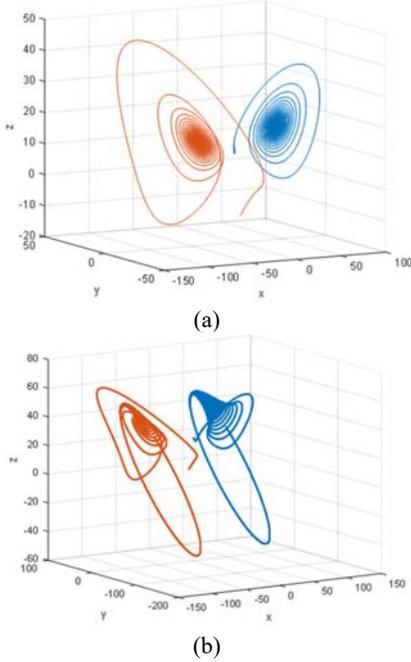


3.4 Caso 4: Órbitas esféricas sumidas

En este caso el parámetro $\bar{c} = 12$ se ajusta para conseguir que la órbita del sistema converja a un punto de equilibrio mientras realiza revoluciones alrededor del centro de masa. El punto de equilibrio se encuentra ubicado en uno de los dos sumideros generados por el sistema al tener parte negativa en sus valores propios, $\lambda_1 = -9.8087$, $\lambda_2 = -0.5957 + j52.885$, $\lambda_3 = -0.5957 - j52.885$. Además, las ecuaciones de velocidad y posición se igualan a "0" y se ajusta un incremento para E igual al del Caso 3, de esta forma se consigue un atractor como el mostrado en la Figura 13(a). Cuando se establecen de nuevo las ecuaciones de velocidad y posición, manteniendo el parámetro $\bar{c} = 12$, el sistema gira alrededor del cuerpo central y cuando llega a su punto de equilibrio ubicado en el sumidero converge al equilibrio,

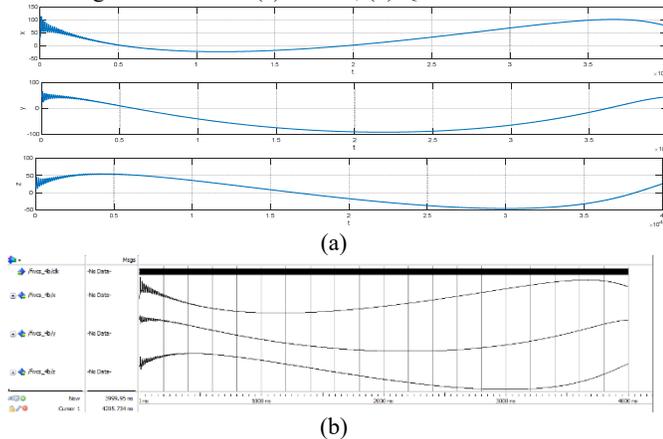
produciendo una órbita elíptica a partir del sumidero. En la Figura 13(b) se observa que el sistema realiza revoluciones alrededor del punto de equilibrio y genera la elipse.

Fig. 13. Caso 4: (a) Dos sumideros coexistentes, (b) Dos órbitas de sumidero coexistentes, ambos con parámetro $c = 12$



La órbita del sistema empieza en un punto inicial y converge a la órbita de equilibrio, acoplando la elipse generada por el sistema celeste con el sumidero. El caso 4 se simuló tanto en Matlab como en Quartus, las formas de onda de las salidas de ambos programas se muestran en la Figura 14, respectivamente.

Fig. 14 Señales de salida para el Caso 4 del oscilador esférico generadas desde (a) Matlab, (b) Quartus/MultiSim



En la Tabla 1 se muestran los recursos utilizados de este oscilador por los cuatro casos implementados en una tarjeta DSP-FPGA Cyclone III de Altera. Los 3 primeros casos se establecieron con 40 mil muestras, a excepción del caso 4 que requirió 200 mil muestras, siendo este último que utilizó mayor cantidad de recursos lógicos, como lo muestra la tabla.

Tabla 1. Reporte final de recursos del Caso 4A del oscilador esférico en una tarjeta DSP-FPGA Cyclone III de Altera.

Caso	Recursos	Total de registros	Total de pines	Total de bloques de bits de memoria	Bloques de DSP elementos de 9 bis
1	Usados	210	97	0	224
2		210	97	0	224
3		208	97	0	160
4		244	161	0	160
1	Disponibles	81,264	296	2,810,880	488
2		73,920	307	4,257,792	396
3		73,920	307	4,257,792	396
4		73,920	307	4,257,792	396
1	Utilización	<1%	33%	0%	46%
2		<1%	32%	0%	57%
3		<1%	32%	0%	40%
4		<1%	52%	0%	40%

4. CONCLUSION

Este trabajo presenta el procedimiento para el diseño de un sistema caótico de cuatro alas en una tarjeta FPGA usando código VHDL, que en conjunto de otro sistema donde dos cuerpos generan una órbita elíptica por la que circula el cuerpo secundario. El oscilador presenta cuatro casos en los que el comportamiento caótico a través de la órbita se produce, se presentan las gráficas de cada uno por separado. Al ejecutar el modelo matemático del sistema se logró simular la trayectoria que sigue el cuerpo secundario mostrando una posición por cada iteración del programa, en forma de tres señales que representan las coordenadas. La principal contribución de este trabajo se encuentra en la posibilidad de crear una plataforma de diseño digital en FPGA para introducir caos a distintas formas de onda geométricas. La plataforma digital desarrollada permite optimizar los recursos lógicos y la rapidez computacional del proceso de operación del oscilador esférico.

5. REFERENCIAS

[1] S. El Assad, M. Farajallah, “A new chaos-based image encryption system”, Signal Processing: Image Communication, Vol: 41, pp. 144-157, 2016

[2] E Tlelo-Cuautle, JJ Rangel-Magdaleno, AD Pano-Azucena, PJ Obeso-Rodelo, Jose Cruz Nuñez-Perez, “FPGA realization of multi-scroll chaotic oscillators,” Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, Vol. 27, No. 1-3, pp. 66-80.

[3] E. Tlelo-Cuautle, VH Carbajal-Gomez, PJ Obeso-Rodelo, JJ Rangel-Magdaleno and JC Nunez-Perez, “FPGA realization of a chaotic communication system applied to image processing”, Nonlinear Dynamics, Vol. 82, No. 4, pp. 1879–1892, 2015.

[3] H. Curtis. Orbital Mechanics for Engineering Students. 1ra Edición. Elsevier, Daytona Beach, Florida, 2005.

[4] G. Qi, G. Chen, “A spherical chaotic system”, Nonlinear Dynamics, No. 81, pp. 1381-1392, 23 de abril de 2015.